

Математика

Вариант 1

ММФ, ФФ, ФИТ, ЭФ (экономика)

1. В пяти диктантах школьник ошибся 31 раз, причем в каждом следующем диктанте он делал ошибок меньше, чем в предыдущем. В последнем диктанте школьник ошибся в три раза меньше, чем в первом. Сколько ошибок допустил школьник во втором диктанте?

2. Решить уравнение $\cos 6x = \cos 7x \cdot \operatorname{tg} 7x$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M . Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что угол AMB равен $\arccos \frac{3}{5}$, а средняя линия трапеции равна 4.

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых не существует ни одной пары (x, y) положительных чисел, удовлетворяющей системе уравнений

$$\begin{cases} x^{2-a} \cdot y^{3+a} = \sqrt{2} \\ x^{2a+8} \cdot y^{3a+7} = 2 \end{cases}$$

5. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 точка M – середина ребра CC_1 . Точка N расположена в плоскости основания $ABCD$ так, что прямая $A_1 N$ параллельна плоскости BDN и перпендикулярна прямой AB_1 . Найти длину отрезка $A_1 N$.

Вариант 2

ФЕН, ГГФ, МедФ, ЭФ (экономика и право, социология, менеджмент)

1. Из пяти шляп фокусник извлек 26 кроликов. Начав с первой шляпы, из которой он вынул не менее одного кролика, из каждой следующей он извлекал больше, чем из предыдущей. Из последней шляпы он вынул кроликов в четыре раза больше, чем из второй. Сколько кроликов извлек фокусник из третьей шляпы?

2. Решить уравнение $\operatorname{ctgx} \cdot \sin 2x = 2 + \cos \left(x + \frac{13\pi}{2} \right)$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M . Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что угол BMC равен 120° , а высота трапеции равна 2.

4. Решить неравенство $\log_{8x-1} \frac{6x-1}{4x} \geq 0$.

5. В основании правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 1. Точки M и K расположены соответственно на ребрах AB и DS так, что $AM : MB = DK : KS = 3 : 1$. Найти объем пирамиды $SABCD$, если известно, что прямые DS и MK перпендикулярны.

Вариант 3 – ФП

1. Решить неравенство $(\sqrt{3} - 1)x^2 + 4x + 5\sqrt{3} - 3 \geq 0$.

2. Решить уравнение $\operatorname{tg} x \cdot \sin 2x = \cos x + 2$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M . Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что угол AMB равен 120° , а высота трапеции равна 3.

4. Решить неравенство $\log_{3-x} \frac{3-2x}{12-6x} \leq 0$.

5. За пять дней дантист удалил 32 зуба, причем в каждый следующий день он удалял зубов меньше, чем в предыдущий. В последний день он вырвал зубов в четыре раза меньше, чем в первый. Сколько зубов удалил дантист в четвертый день?

Математика (теоретический экзамен)

ММФ, ФИТ

1. Доказать равенство $\frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \left(\log_4 9^{\sqrt{7}} - 3 \log_{(1/8)} 3^{\sqrt{5}} \right) \cdot \log_3 2$.

2. Окружности S_1 и S_2 , касающиеся друг друга внешним образом в точке A , расположены внутри окружности S_3 и касаются этой окружности в точках B и C соответственно. Прямые AB и AC вторично пересекают окружность S_3 в точках M и N . Доказать, что MN – диаметр окружности S_3 .

3. При каких целых k отношение $\frac{\cos((k+1)\pi / 13)}{\cos(k\pi / 13)}$ принимает наибольшее значение?

4. Существует ли треугольная пирамида, все грани которой являются прямоугольными треугольниками? Ответ обосновать.