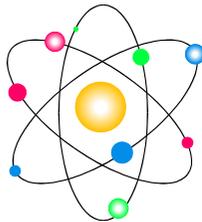


**ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ,
предлагавшиеся
на вступительных письменных
экзаменах в НГУ на ФФ, ФЕН и ГГФ,
включая открытую олимпиаду,
в 2003 г.
(с решениями)**



**ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ,
предлагавшиеся
на вступительных письменных
экзаменах в НГУ на ФФ, ФЕН и ГГФ,
включая открытую олимпиаду,
в 2003 г.
(с решениями)**

**Варианты задач вступительных экзаменов по физике 2003 г.
Новосибирский государственный университет**

Физический факультет

Каждый вариант состоял из задач трех типов. Первые три задачи – расчетные, различной степени трудности: от почти стандартных до сравнительно сложных, требующих смекалки, глубоких знаний, умения ориентироваться в непривычной или усложненной ситуации.

Четвертая задача – задача-оценка*. Для ее решения необходимо разобраться в рассматриваемом физическом явлении, сформулировать простую (так как нужна только оценка) физическую модель этого явления, выбрать разумные числовые значения физических величин и, наконец, получить численный результат, более или менее соответствующий реальности. В тексте задачи подчеркивается, что абитуриент может сам выбрать необходимые для решения задачи величины и их числовые значения.

Пятая задача – задача-демонстрация, при решении которой надо объяснить физическое явление, демонстрируемое в аудитории. Среди различных факторов, влияющих на процесс, необходимо выделить главный.

Длительность экзамена – пять астрономических часов.

© Новосибирский государственный университет, 2003

* О задачах-оценках см: Меледин Г. В. Физика в задачах. Экзаменационные задачи с решениями. 3-е изд. М.: Физматлит, 1994; Он же. Практикум абитуриента. О физике и физическом мышлении // Прил. к журн. «Квант» № 5/2001. Задачи-оценки. М.: Бюро «Квантум», 2001. С. 113–128.

Факультет естественных наук, геолого-геофизический факультет

Варианты состояли из четырех задач из разных разделов физики примерно одинаковой степени трудности. В вариантах для геологов последняя задача по сути была теоретическим вопросом.

Длительность экзамена – 4 астрономических часа.

Поступающим в 2002 г. предлагались следующие варианты задач по физике:

Март – открытая олимпиада

31р-ФФ, 32р-ФФ, 33р-ФФ – абитуриентам физического факультета;

36р-ФЕН – абитуриентам факультета естественных наук;

38р-ГГФ – абитуриентам геолого-геофизического факультета.

Июль – вступительные экзамены

34-ФФ, 35-ФФ – абитуриентам физического факультета;

37-ФЕН – абитуриентам факультета естественных наук;

39, 310-ГГФ – абитуриентам геолого-геофизического факультета.

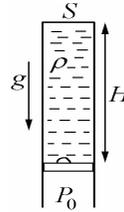
ВНИМАНИЕ! Задача не считалась решенной, если без объяснений приводился лишь ответ

*Таблица приближенных значений физических величин
и универсальных постоянных, необходимых при решении задач-оценок
и демонстрационных задач*

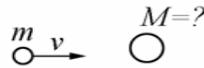
Атмосферное давление	$P_0 \approx 10^5 \text{ Па}$
Ускорение свободного падения	$g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$
Гравитационная постоянная	$G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$
Средний радиус Земли	$R_3 \approx 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$
Универсальная газовая постоянная	$R \approx 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
Число Авогадро	$N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$
Элементарный заряд	$e \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$

Вариант 31р-ФФ

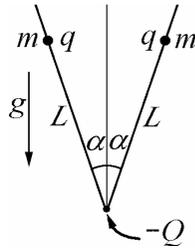
1. Трубка, площадь сечения которой равна S , закрыта сверху и заполнена жидкостью плотности ρ на длину H . Внизу трубка перекрыта легким поршнем, к которому прилип пузырек воздуха объема V . Атмосферное давление P_0 . На какое расстояние x сдвинется поршень, если пузырек оторвется и всплывет вверх? Ускорение свободного падения g . Температуру считать постоянной.



2. Тело массы m налетает на покоящееся тело со скоростью v . Известно, что после упругого удара налетающее тело имеет скорость u , направленную перпендикулярно исходной. Найти массу M второго тела.



3. На двух спицах, наклоненных под углом α к вертикали, надеты одинаковые бусинки, каждая из которых имеет массу m и заряд q . Вначале бусинки находятся в равновесии на одинаковой высоте. Найти в этом положении расстояние L от вершины угла, образованного спицами, если известно, что ускорение свободного падения равно g . Затем, удерживая бусинки, в вершину угла помещают точечный заряд противоположного знака $(-Q)$. Найти минимальную величину Q , при которой нижний заряд притянет к себе бусинки, если их отпустить. Считать, что бусинки все время движутся симметрично, а их размерами можно пренебречь. Трения нет.

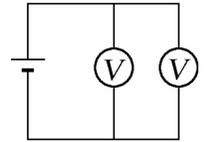


4. Оцените, сколько времени продолжается разгон ракеты с космонавтом, запускаемой на орбиту вокруг Земли.

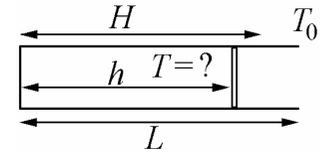
5. Два одинаковых груза связаны тонкой провололочкой. Грузы стоят на опорах на разной высоте. Если осторожно дернуть за провололочку вверх, оба груза поднимаются. Если же сделать более резкий рывок, провололочка рвется. Опыт показывает, что при постепенном нарастании силы рывка разрыв обычно происходит с той стороны, где привязан верхний груз. Объяснить результат эксперимента.

Вариант 32р-ФФ

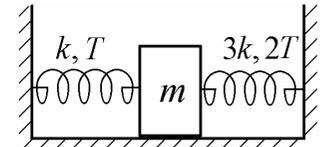
1. Вольтметр, подсоединенный к источнику тока, показывает напряжение V_1 . Если присоединить параллельно второй такой же вольтметр, то оба показывают напряжение V_2 . Найти внутреннее сопротивление источника, если сопротивление каждого вольтметра равно R .



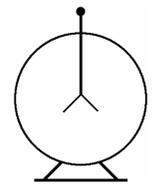
2. Цилиндр длины L вначале открыт в атмосферу и заполнен воздухом при температуре T_0 . Затем цилиндр закрывают поршнем и охлаждают. Поршень останавливается на расстоянии $h < L$ от дна. Когда температура вернулась к начальному значению, поршень остановился на расстоянии $H > h$ от дна. Найти, до какой температуры T был охлажден воздух в цилиндре, если величину силы трения при движении поршня можно считать постоянной.



3. Тело массы m , которое может двигаться по горизонтали без трения, находится между двумя стенками, к которым прикреплено пружинами. Левая пружина имеет коэффициент упругости k и рвется при растяжении ее силой T , правая – соответственно $3k$ и $2T$. В исходном состоянии пружины не деформированы. Какую минимальную скорость следует придать телу, чтобы порвалась сначала левая пружина, затем правая?



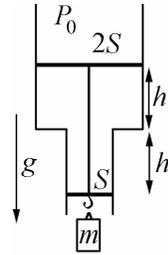
4. Оцените потенциал, до которого заряжен электроскоп, если его лепестки, масса которых около 1 г, разошлись на заметный угол.



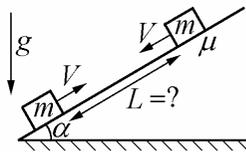
5. Пустую алюминиевую банку из-под напитка, к ключу которой прикреплен груз, наполняют холодной водой. Затем стеклянный сосуд наполняют горячей водой и опрокидывают туда банку вверх дном. Банка тонет, но через некоторое время всплывает. Объяснить результат эксперимента.

Вариант 33р-ФФ

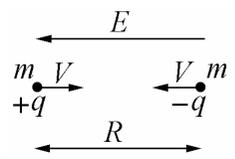
1. Две вертикальных соосных трубы, площади сечения которых S и $2S$, перекрыты невесомыми поршнями, жестко соединенными между собой легким стержнем. Вначале давление внутри и снаружи равно P_0 , а длины перекрытых участков равны h . Найти положение равновесия поршней после того, как к нижнему подвесили груз массой m . Ускорение свободного падения g , трения нет, температуру газа считать постоянной.



2. На плоскости, наклоненной к горизонту под углом α , лежат два тела массой m . Коэффициент трения между телами и плоскостью $\mu > \text{tg}\alpha$. Телам придают одинаковые встречные скорости V . При каком максимальном начальном расстоянии L между телами они столкнутся? Ускорение свободного падения g .



3. В однородном электрическом поле напряженности E находятся две частицы одинаковой массы m , имеющие противоположные заряды q и $(-q)$. Начальное расстояние между частицами R . Какие минимальные, одинаковые по величине встречные скорости $(\pm V)$ надо придать частицам, чтобы они встретились?



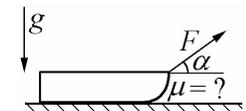
4. Пуля, попавшая в цель, застревает в ней. Оцените среднее давление, которое оказывает пуля на пробиваемую среду.

5. Пустую алюминиевую банку из-под напитка, к ключу которой прикреплен груз, наполняют холодной водой. Затем стеклянный сосуд наполняют горячей водой и опрокидывают туда банку вверх дном. Банка тонет, но через некоторое время всплывает. Объяснить результат эксперимента.

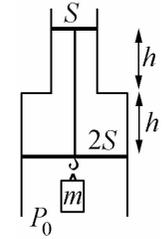
Вариант 36р-ФЕН

1. Небольшой сосуд со сжатым газом, находившийся на полу комнаты, разорвался на мелкие осколки, которые оставили на потолке метки внутри круга радиуса R . Высота потолка также равна R . Найти начальную скорость осколков. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения g .

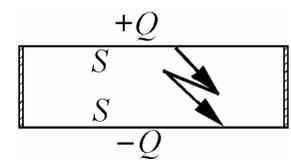
2. Сани тянут силой F , направленной под углом α к горизонту. В другом случае такая же по величине сила направлена горизонтально. Оказалось, что в обоих случаях сани разгоняются по горизонтальной дороге до одинаковой скорости за одинаковое время. Найти коэффициент трения.



3. Две соосных трубы, площади сечения которых S и $2S$, перекрыты невесомыми поршнями, соединенными между собой невесомым жестким стержнем. Вначале давление внутри и снаружи P_0 , а длины перекрытых участков равны h . Найти максимальную массу m груза, которая может удерживаться, будучи подвешенной к нижнему поршню. Ускорение свободного падения g . Температуру считать постоянной, трения нет.

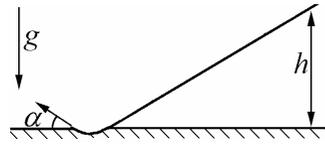


4. Сосуд в виде плоского диска, заполненный одноатомным газом, имеет две металлические крышки площади S и непроводящую боковую стенку, высота которой гораздо меньше размера крышек. Металлическим крышкам сообщили противоположные заряды $\pm Q$. Найти, насколько изменится давление газа в сосуде, если внутри него произойдет электрический пробой газа с полной нейтрализацией заряда. Нагревом боковой стенки и крышек пренебречь.

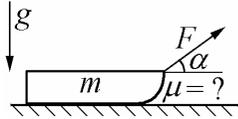


Вариант 37р-ФЕН

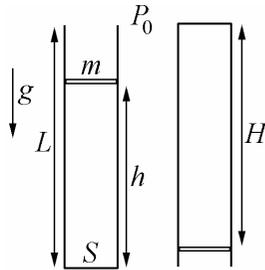
1. Лыжник съезжает с горки высотой h . Внизу имеется выемка, край которой поднимается под углом α к горизонту. Найти, какое расстояние по горизонтали пролетит лыжник, взлетев с такого трамплина. Трением пренебречь.



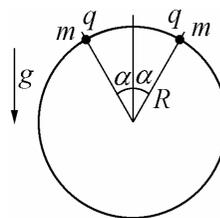
2. Сани тянут силой F , направленной под углом α к горизонту. В другом случае такая же по величине сила направлена горизонтально. В обоих случаях сани разгоняются вдоль горизонтальной дороги из состояния покоя, причем работы, произведенные каждой силой за одно и то же время, оказались одинаковыми. Масса саней m , ускорение свободного падения g . Найти коэффициент трения.



3. Вертикально стоящий цилиндр длины L вначале открыт в атмосферу и заполнен воздухом при давлении P_0 . Затем цилиндр закрывают поршнем, который проталкивают внутрь и отпускают. После этого поршень, двигаясь наружу, остановился на расстоянии $h < L$ от дна. Затем цилиндр переворачивают вверх дном, в результате поршень еще сдвинулся наружу и остановился на расстоянии $H < L$ от дна. Найти массу поршня, если величину силы трения при движении поршня можно считать постоянной. Площадь поршня — S , ускорение свободного падения — g .

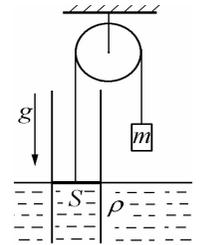


4. Две бусинки массой m каждая, имеющие одинаковые заряды q , надеты на обруч радиуса R , причем начальные углы из центра с вертикалью $\alpha = 30^\circ$. Бусинки отпускают. Найти силы, с которыми они действуют на обруч в момент, когда окажутся на одном диаметре. Трения нет. Ускорение свободного падения — g .

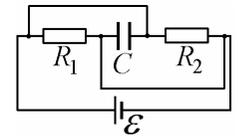


Вариант 39р-ГГФ

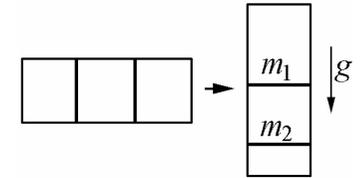
1. В водоем опущена труба сечения S , перекрытая легким поршнем, лежащим на воде. Груз массой m с помощью нити, перекинутой через блок, поднимает поршень вверх. Найти высоту поднятия поршня x в положении равновесия. Плотность воды ρ , ускорение свободного падения g .



2. В цепи, изображенной на рисунке, действует источник напряжения ϵ . Найти токи, протекающие через сопротивления R_1 и R_2 , ток через источник, а также заряд конденсатора C .



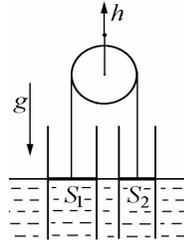
3. Цилиндр, заполненный газом, разделен двумя подвижными поршнями на три части одинакового объема. При горизонтальном положении цилиндра поршни находились в равновесии. Когда цилиндр поставили вертикально, длина нижнего отсека уменьшилась вдвое, а среднего — не изменилась. Найти отношение m_1/m_2 масс верхнего и нижнего поршней. Температуру газа считать постоянной.



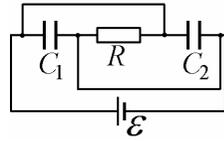
- Что такое атомы и молекулы?
- Сколько приблизительно молекул в одном стакане воды?
- Вычислите массу одной молекулы воды.

Вариант 310р-ГГФ

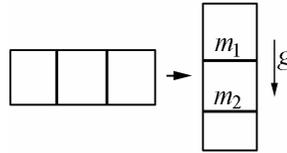
1. В водоем опущены две трубы сечений S_1 и S_2 , перекрытых легкими поршнями, лежащим на воде. Поршни соединены нитью, перекинутой через блок. В начальном состоянии нить не провисает. Блок медленно поднимают вверх на высоту h . Найти, на какую высоту поднимется каждый поршень.



2. В цепи, изображенной на рисунке, действует источник напряжения \mathcal{E} . Найти токи, протекающие через сопротивление R и через источник, а также заряды конденсаторов C_1 и C_2 .



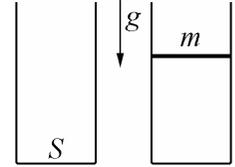
3. Цилиндр, заполненный газом, разделен двумя подвижными поршнями на три части одинакового объема. При горизонтальном положении цилиндра поршни находились в равновесии. Когда цилиндр поставили вертикально, длина верхнего отсека увеличилась на четверть, а среднего – не изменилась. Найти отношение масс верхнего и нижнего поршней. Температуру газа считать постоянной.



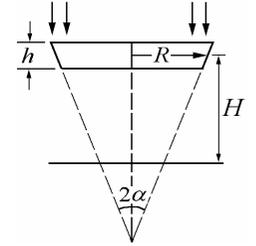
4. а) Что такое атомы и молекулы?
- б) Сколько приблизительно молекул в одном стакане воды?
- в) Вычислите массу одной молекулы воды.

Вариант 34-ФФ

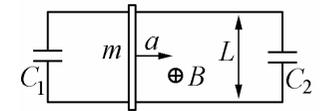
1. В открытый сверху цилиндр, площадь сечения которого равна S , вставляется тонкий поршень массой m . Через некоторое время поршень останавливается, опустившись на треть высоты цилиндра. Найти атмосферное давление. Трения нет, ускорение свободного падения g . Температура постоянна.



2. Из полого зеркального конуса с углом при вершине 2α вырезан поясok высотой h , средний радиус которого равен R . Параллельно оси конуса падает пучок света, отражающийся от внутренней поверхности на экран, перпендикулярный оси конуса. При каком расстоянии H от экрана до средней плоскости пояска диаметр светового пятна, образованного отраженными лучами, будет наименьшим? Найти этот диаметр.



3. По двум параллельным металлическим рельсам, расстояние между которыми равно L , может скользить проводник массой m . Перпендикулярно плоскости рельсов направлено однородное магнитное поле индукции B . Рельсы на концах соединены двумя конденсаторами, емкости которых C_1 и C_2 . Найти силу F , которая должна действовать на проводник в направлении вдоль рельсов, чтобы он двигался с постоянным ускорением a . Трения нет.

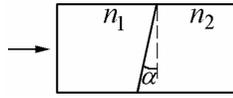


4. Оцените, насколько снижается результат прыжка в длину из-за сопротивления воздуха.

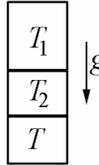
5. На катушку намотана нить. Прочность нити достаточна, чтобы выдержать вес катушки. Однако нить рвется, когда она удерживает катушку на наклонной плоскости (по которой катушка не проскальзывает), при некотором угле наклона. Объяснить результат эксперимента.

Вариант 35-ФФ

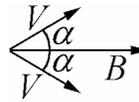
1. Прямоугольный параллелепипед составлен из двух кусков стекла с различными показателями преломления n_1 и n_2 . Граница раздела наклонена к вертикали под малым углом α . Горизонтальный луч света входит в левый торец параллелепипеда и выходит из правого. Найти угол, на который отклонится выходящий луч от горизонтали.



2. Цилиндр с газом, расположенный вертикально, разделен на три неравные части поршнями одинаковой массы. В начале давления и температуры во всех отсеках равны, а поршни удерживают в неподвижном состоянии. Затем поршни отпускают, а температуры в отсеках изменяют так, чтобы поршни находились в равновесии в прежних положениях. Найти конечную температуру T в нижнем отсеке, если известны температуры T_1 и T_2 в двух остальных. Трением после отпускания поршней можно пренебречь.



3. В однородном магнитном поле индукции B из одной точки начинают двигаться два электрона с одинаковыми по величине скоростями V , причем вектор индукции лежит в одной плоскости с векторами начальных скоростей и делит пополам угол между ними, равный 2α . Найти, на каком расстоянии от исходной точки электроны встретятся. Взаимодействием между частицами пренебречь. Масса электрона — m , заряд — e .



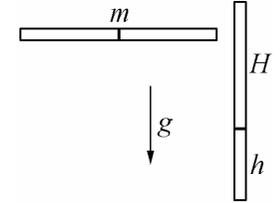
4. Оцените максимальное число приседаний, которое человек может сделать в течение минуты, не используя каких-либо приспособлений. (В книге рекордов Гиннеса регистрируется чемпион в этом виде.)

5. Легкий шарик располагается в верхней части стеклянной наклонной трубки, закрытой с обоих концов и заполненной водой. Однако, если трубку закрутить, не меняя ее наклона, шарик смещается вниз. Объяснить результат эксперимента.

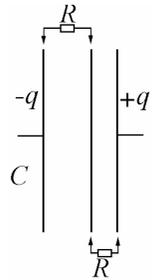
Вариант 38-ФЕН

1. Зал для зимнего футбола имеет высоту $h = 8$ м и длину $L = 100$ м. Найти скорость мяча, при которой он пролетит от ворот до ворот, почти коснувшись потолка. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха и размером мяча пренебречь.

2. Поршень может двигаться без трения в цилиндрической трубке, закрытой с обоих концов. При горизонтальном положении трубки поршень находится в равновесии точно посередине, а при вертикальном — на расстояниях h от нижнего и H от верхнего конца. Найти число молей воздуха в трубке, если его температура постоянна и равна T , масса поршня — m , ускорение свободного падения — g .



3. Две одинаковые пластины образуют плоский конденсатор емкости C . На пластинах вначале имеются заряды $+q$ и $-q$. Между ними вставляют такую же незаряженную пластину, причем зазор с левой стороны вдвое больше, чем в правой. Затем внутреннюю пластину соединяют с левой внешней через сопротивление. Когда ток прекратится, внутреннюю пластину соединяют, также через сопротивление, с другой внешней пластиной. Найти количества теплоты, выделившиеся на каждом сопротивлении.

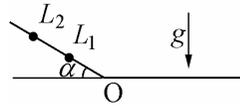


4. Параллельный пучок света падает на квадратное зеркало со стороной L , плоскость которого образует угол α к направлению пучка. Найти площадь светового «зайчика», отбрасываемого зеркалом на стену, перпендикулярную исходному пучку.

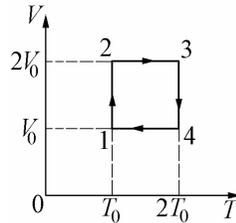


Вариант 311-ГГФ

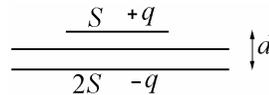
1. Две бусинки массой m_1 и m_2 надеты на проволоку, наклоненную под углом α к горизонту, на расстояниях L_1 и L_2 от точки изгиба O , после которой проволока горизонтальна. Бусинки одновременно начинают соскальзывать с нулевой начальной скоростью. На горизонтальном участке они при встрече слипаются. Найти скорость получившегося тела. Трения нет, ускорение свободного падения g . В окрестности точки O имеется небольшой участок скругления, так что скорость там не теряется.



2. Циклический процесс 1–2–3–4–1, в котором участвует один моль идеального газа, на графике в осях V – T имеет вид прямоугольника. Диапазон изменения объема – от V_0 до $2V_0$, а температуры – от T_0 до $2T_0$. Найти максимальное и минимальные значения давления в этом процессе и нарисовать цикл в осях P – V .



3. Две параллельные металлические пластины, одна из которых имеет площадь S , а другая – $2S$, расположены на расстоянии d , малом по сравнению с размерами пластин. Посередине между ними находится металлическая пластина площади $2S$. На крайние пластины помещают заряды $+q$ и $-q$, а суммарный заряд средней пластины нулевой. Найти разности потенциалов между каждой парой пластин.



4. а) Что такое полное внутреннее отражение света?
 б) Чему равен предельный угол полного отражения на границе двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 ? Из какой среды должен при этом падать свет?
 в) Найти предельный угол полного отражения на границе вода ($n = 4/3$) – воздух ($n_0 = 1$).

УКАЗАНИЯ, ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ

Вариант 31р-ФФ

1. Вначале давление над поршнем атмосферное, а давление сверху меньше на величину ρgH . Давления определяются только равновесием поршня и жидкости и не зависят от присутствия пузырька. При всплывании давление в пузырьке уменьшится от P_0 до $P_0 - \rho gH$, а объем возрастет до $V P_0 / (P_0 - \rho gH)$. Изменение объема равно xS , где x – смещение поршня, откуда $x = \frac{V}{S} \frac{\rho gH}{P_0 - \rho gH}$.

2. Законы сохранения: $mv = MU_x$, $mu = MU_y$, $\frac{mv^2}{2} = \frac{MU^2}{2} + \frac{mu^2}{2}$.

Исключая скорости U_x , U_y и $U^2 = U_x^2 + U_y^2$, имеем $M = m \frac{v^2 + u^2}{v^2 - u^2}$.

3. Сила, действующая на одну из бусинок вдоль спицы, в начальном состоянии равна $mg \cos \alpha - \frac{kq^2 \sin \alpha}{(2L \sin \alpha)^2} = 0$ в равновесии, откуда

$$L = \frac{q\sqrt{k}}{2\sqrt{mg \cos \alpha \sin \alpha}}$$

до угла сила будет $mg \cos \alpha + \frac{kqQ}{x^2} - \frac{kq^2 \sin \alpha}{(2x \sin \alpha)^2}$. При $Q > \frac{q}{4 \sin \alpha}$ сила все-

гда направлена вниз и нижний заряд притянет бусинки. В противном случае ситуация аналогична отталкиванию двух зарядов: q и $(q/4 \sin \alpha - Q)$, которое не может быть преодолено постоянной силой.

4. Надо разогнаться до первой космической скорости $V = 8$ км/с, причем ускорение a не должно превышать нескольких g . Время $t = V/a = 400$ с при $a = 2g$. Перегрузка при этом около $\sqrt{4g^2 + g^2} = \sqrt{5}g$, так как направление разгона горизонтально. Участок подъема в атмосфере высотой H может занять время $H/u = 30$ км/0,3 км/с = 100 с, даже если явно занизить вертикальную скорость и зависеть высоту, т. е. подъемом можно пренебречь.

5. При слабом рывке прочность проволоочки достаточна, чтобы поднять оба груза. Когда рывки становятся более резкими, растут силы натяжения. Пока грузы не оторвались от стола, абсолютные удлинения проволоочки с каждой стороны одинаковы. Если бы проволоочка свободно скользила в подвесе (как в подвижном блоке), натяжения были бы равны. Но из-

за трения проволока практически не скользит, два отрезка тянут независимо. Тогда удлинения с каждой стороны обеспечиваются растяжением проволок. Поскольку абсолютные удлинения одинаковы, относительные заметно различаются. По закону Гука сила натяжения пропорциональна относительному удлинению, которое больше для короткой проволоки. Например, при отношении длин 1 : 3 натяжение короткой проволоки втрое больше. Поэтому первой рвется короткая проволока, а длинная растянута недостаточно для разрыва. После разрыва натяжение короткого отрезка исчезает, уменьшается трение в подвесе, что облегчает проскальзывание. Это дополнительно может способствовать сохранению оставшейся проволоки.

Вариант 32р-ФФ

1. Пусть \mathcal{E} – эдс источника, r – внутреннее сопротивление. При одном вольтметре идет ток $\frac{\mathcal{E}}{R+r}$, напряжение $V_1 = \frac{\mathcal{E}R}{R+r}$, при двух параллельных вольтметрах $V_2 = \frac{\mathcal{E}R/2}{R/2+r} = \frac{\mathcal{E}R}{R+2r}$. Исключая эдс, получаем $r = R \frac{V_1 - V_2}{2V_2 - V_1}$.

2. Пусть атмосферное давление – P_0 , сила трения – F , площадь поршня – S . Равновесие поршня и газовый закон: $P_0S - F = P_0STL/T_0h$, $P_0S + F = P_0SL/H$, откуда $T = T_0 \frac{h(2H-L)}{HL}$, $F = P_0S \left(\frac{L}{H} - 1 \right)$. При $H < L/2$ $T < 0$, но тогда $F > P_0S$: поршень при охлаждении не сдвинется и условие задачи не выполнится. При $h < H$, $L/2 < H < L$ решение всегда имеет смысл, в частности, $0 < T < T_0$.

3. Пружины рвутся при растяжениях: $x_1 = T/k$ (левая) и $x_2 = 2T/3k$ (правая). Если сначала рвется левая пружина, то правая при этом сжата на x_1 . Даже если скорость тела в этот момент нулевая, правая пружина в фазе растяжения заведомо достигнет меньшей деформации x_2 . Значит, минимальная начальная кинетическая энергия тела равна энергии деформации обеих пружин на x_1 : $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{3kx_1^2}{2} = 4 \frac{T^2}{2k}$, $v_1 = 2T \sqrt{\frac{1}{mk}}$. Скорость v_1 должна быть направлена вправо, иначе правая пружина порвется раньше. Поскольку правая пружина сжата с избытком, после ее разрыва у тела останется еще кинетическая энергия. Поэтому неправильно приравнивать начальную кинетическую энергию сумме максимальных энергий растяже-

ния пружин: $\frac{mv_2^2}{2} = \frac{3kx_2^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2} = \frac{4T^2}{6k} + \frac{T^2}{2k} = \frac{7T^2}{6k}$, $v_2 = T \sqrt{\frac{7}{3mk}}$. Скорость v_2 меньше v_1 . При начальной скорости v_2 тоже порвутся обе пружины, но сначала правая, а затем левая (при любом направлении v_2), что противоречит условию задачи.

4. Если на лепестках одноименные заряды – q , а расстояние между концами лепестков порядка их размера – r , то сила отталкивания лепестков порядка $kq^2/r^2 \approx mg$. Потенциал оценим как $kq/r \approx \sqrt{kmg} \approx 10$ кВ. В СГС $q/r \approx \sqrt{mg} \approx 30$. Можно писать и $2q$, и $r\sqrt{2}$, что не влияет на оценку.

5. При опрокидывании банки часть воды выливается и в верхней части образуется пузырь воздуха. Затем холодная вода, как более тяжелая, частично вытекает из банки, заменяясь горячей, а также нагревается через стенки, так что температуры в банке и в сосуде постепенно выравниваются. В результате нагрева воздух в пузыре расширяется; кроме того, объем пузыря растет и за счет испарения. Пузырь вытесняет часть воды из банки. При достаточном увеличении объема пузыря банка становится легче воды и всплывает. Можно также сказать, что причиной подъема является превышение давления в пузыре на величину ρgh по сравнению с давлением воды на доньшко банки, где h – высота пузыря.

Вариант 33р-ФФ

1. Поршни сместятся вниз, и давление возрастет. $(P - P_0)(2S - S) = mg$, $P = P_0 + mg/S = P_0 + 3hS/(3hS - xS)$, откуда смещение $x = 3hmg/(P_0S + mg)$, если $mg < P_0S/2$, иначе $x = h$.

2. При начальной скорости V нижнее тело проедет расстояние x , верхнее y . Ускорения тел $a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$ и $b = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$, откуда $x = \frac{V^2}{2g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}$, $y = \frac{V^2}{2g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}$, $L = \frac{\mu V^2 \cos \alpha}{g(\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}$.

3. Заряды притягиваются, а внешнее поле E препятствует их сближению. Поскольку силы, действующие на тела, противоположны, движение симметрично. Заряды должны пройти точку равновесия, где $qE = kq^2/x^2$, откуда критическое расстояние $x = \sqrt{kq/E}$. Если $x < R$, т. е. $qE > kq^2/R^2$, пишем закон сохранения энергии: $2mV^2/2 - kq^2/R = qE(R-x) - kq^2/x$. Получаем $V = \sqrt{qE/mR(R - \sqrt{kq/E})}$. Если же $\sqrt{kq/E} > R$, можно не придавать никакой скорости, так как притяжение достаточно уже в начальном положении. (Или можно придавать скорости «наружу», которые даются

предыдущим выражением с обратным знаком, но тогда это будут максимальные величины.)

4. Кинетическая энергия пули расходуется на пробивание: $mV^2/2 = Fx = PSx$, где P – искомое давление, S – площадь сечения пули, x – глубина пробивания. Учитывая, что $m = \rho Sl$ (ρ – плотность пули, l – ее длина), получаем $P = \rho V^2 l / 2x \approx 10^4 \cdot 700^2 \cdot 1 / 10 = 5 \cdot 10^8$ Па = 5000 атм, если глубина пробивания на порядок больше длины пули (что получается, например, при попадании в человека). Можно также рассмотреть кинематику торможения, предполагая ускорение постоянным. Можно рассматривать «натекание» среды плотности ρ_0 на пулю, выйдет то же самое с учетом примерного равенства $\rho l \approx \rho_0 x$. Конечно, при попадании в бетон давление будет на порядок больше. Это не ошибка, если условия достаточно четко заданы.

5. При опрокидывании банки часть воды выливается, и в верхней части образуется пузырь воздуха. Затем холодная вода, как более тяжелая, частично вытекает из банки, заменяясь горячей, а также нагревается через стенки, так что температуры в банке и в сосуде постепенно выравниваются. В результате нагрева воздух в пузыре расширяется; кроме того, объем пузыря растет и за счет испарения. Пузырь вытесняет часть воды из банки. При достаточном увеличении объема пузыря банка становится легче воды и всплывает. Можно также сказать, что причиной подъема является превышение давления в пузыре на величину ρgh по сравнению с давлением воды на доньшко банки, где h – высота пузыря.

Вариант 36р-ФЕН

1. Пусть скорость равна V . Граничная траектория задается углом α и касается потолка на окружности, откуда $V^2 \sin^2 \alpha / 2g = R$, $(V \sin \alpha / g) V \cos \alpha = R$ имеем $\operatorname{tg} \alpha = 2$, $\sin^2 \alpha = 4/5$, $V = \sqrt{5gR/2}$.

2. Ускорения по условию одинаковы, откуда $F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) = F - \mu mg$. Имеем $\mu = \frac{F(1 - \cos \alpha)}{F \sin \alpha} = \operatorname{tg}(\alpha/2)$. Должно выполняться неравенство $mg/\sin \alpha > F > mg \cdot \operatorname{tg}(\alpha/2)$.

3. Поршни сместятся вниз, максимум на h , и давление упадет. $(P_0 - P)(2S - S) = mg$, $P = P_0 - mg/S = P_0 \cdot 3hS / (3hS + hS)$, откуда максимальная масса $m = P_0 S / 4g$.

4. Энергия плоского конденсатора емкости $C = \epsilon_0 S / h$ нагревает газ: Энергия ν молей одноатомного газа равна $3\nu RT/2$. Получаем $Q^2 h / 2\epsilon_0 S = 3\nu R \Delta T / 2$, где ΔT – изменение температуры. Из уравнения Клапейрона-Менделеева $PV = \nu RT$, $\Delta PV = \nu R \Delta T$, $3\nu R \Delta T / 2 = 3V \Delta P / 2$, $\Rightarrow \Delta P = (Q^2 h / 2\epsilon_0 S) / (3hS/2) = Q^2 / 3\epsilon_0 S^2$. В СГС будет $\Delta P = 4\pi Q^2 / 3S^2$.

Вариант 37р-ФЕН

1. Начальная скорость $V = \sqrt{2gh}$, дальность полета $L = 2V^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = 4h \sin \alpha \cos \alpha$.

2. Записываем равенство работ: $(a_1 t^2 / 2) F \cos \alpha = (a_2 t^2 / 2) F$. Закон Ньютона для обоих вариантов: $ma_1 = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)$, $ma_2 = F - \mu mg$. Получаем $\mu = \frac{F \sin^2 \alpha}{F \cos \alpha \sin \alpha + mg(1 - \cos \alpha)}$. Должно быть $F > \mu mg$, что

сводится к $F > \frac{mg(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha} = mg \operatorname{tg}(\alpha/2)$, а также $mg > F \sin \alpha$.

3. Пусть F – величина силы трения. Равновесие поршня и закон Бойля-Мариотта: $SP_0 + F + mg = SP_0 L / h$, $SP_0 + F - mg = SP_0 L / H$. Отсюда $m = \frac{SP_0 L(H - h)}{2g H h}$, $F = SP_0 \left(\frac{L(h + H)}{2Hh} - 1 \right)$. При условиях задачи ($L > H > h$) m и F положительны, следовательно, решение имеет смысл.

4. Пусть в указанный момент скорость V . Из закона сохранения энергии $\frac{2mV^2}{2} + \frac{kq^2}{2R} = \frac{2mgR\sqrt{3}}{2} + \frac{kq^2}{R}$, откуда $V^2 = \sqrt{3}gR + \frac{kq^2}{2mR}$. Ускорение бусинки V^2/R создается давлением обруча F и отталкиванием зарядов с силой $q^2 / 4R^2$. Получаем $F = \frac{mV^2}{R} + \frac{q^2}{4R^2} = \sqrt{3}mg + \frac{3kq^2}{4R^2}$.

Вариант 39р-ГГФ

1. Над водой поднимется масса ρSx , которая равна m , откуда $x = m / \rho S$.

2. На обоих сопротивлениях и на конденсаторе напряжение ϵ , поэтому токи будут ϵ/R_1 и ϵ/R_2 , суммарный ток $\epsilon(R_1 + R_2) / R_1 R_2$ (параллельное включение), заряд конденсатора $q = C\epsilon$.

3. По закону Бойля-Мариотта давление P в середине не изменилось, внизу $2P$, сверху $2P/3$. Поршни держит разность давлений: $m_1 g = (P - 2P/3)S$, $m_2 g = (2P - P)S$, откуда $m_1 / m_2 = 1/3$.

4. а) Атом – мельчайшая частица химического элемента. Атомы состоят из положительного ядра, заряд которого (в единицах заряда электрона) равен номеру элемента в периодической таблице. Заряд ядра создается протонами, а масса – и протонами, и нейтронами; массы протона и нейтрона приблизительно одинаковы. Вокруг ядра летают отрицательные электроны, число которых также равно атомному номеру, так что суммарно

атом нейтрален. Область, где движутся электроны, и определяет характерный размер атома; размер ядра гораздо меньше. Масса электронов гораздо меньше массы ядра.

Молекула – мельчайшая частица химического вещества. Молекула состоит из атомов. Бывают одноатомные молекулы (например, благородных газов), но для большинства веществ молекулы составлены из нескольких либо одинаковых атомов (например, O_2) либо различных (как H_2O). При химических реакциях происходит обмен атомами между различными молекулами, распад молекул на фрагменты или соединение молекул в одну. Поэтому молекула – это мельчайшая частица, проявляющая основные химические свойства вещества.

б) Если в стакан входит 200 г воды, то это около 11 молей, т. е. $11 \cdot N_A = 6,6 \cdot 10^{24}$ молекул.

в) Соответственно масса одной молекулы в граммах равна 200, деленному на это число, т. е. $3 \cdot 10^{-23}$, или $3 \cdot 10^{-26}$ кг.

Вариант 310р-ГГФ

1. Над водой поднимаются одинаковые массы $m = \rho S_1 x_1 = \rho S_2 x_2$, а сумма смещений $x_1 + x_2 = 2h$, откуда $x_1 = 2hS_2/(S_1 + S_2)$, $x_2 = 2hS_1/(S_1 + S_2)$.

2. На обоих конденсаторах и на сопротивлении напряжение ε , поэтому ток будет ε/R , он же идет через источник, заряды конденсаторов $q_1 = C_1 \varepsilon$, $q_2 = C_2 \varepsilon$.

3. По закону Бойля-Мариотта давление P в середине не изменилось, вверху $4P/5$, внизу $4P/3$. Поршни держит разность давлений: $m_1 g = (P - 4P/5)S$, $m_2 g = (4P/3 - P)S$, откуда $m_1/m_2 = 3/5$.

4. а) Атом – мельчайшая частица химического элемента. Атомы состоят из положительного ядра, заряд которого (в единицах заряда электрона) равен номеру элемента в периодической таблице. Заряд ядра создается протонами, а масса – и протонами, и нейтронами; массы протона и нейтрона приблизительно одинаковы. Вокруг ядра летают отрицательные электроны, число которых также равно атомному номеру, так что суммарно атом нейтрален. Область, где движутся электроны, и определяет характерный размер атома; размер ядра гораздо меньше. Масса электронов гораздо меньше массы ядра.

Молекула – мельчайшая частица химического вещества. Молекула состоит из атомов. Бывают одноатомные молекулы (например, благородных газов), но для большинства веществ молекулы составлены из нескольких либо одинаковых атомов (например, O_2) либо различных (как H_2O). При химических реакциях происходит обмен атомами между различными молекулами, распад молекул на фрагменты или соединение молекул в одну.

ну. Поэтому молекула – это мельчайшая частица, проявляющая основные химические свойства вещества.

б) Если в стакан входит 200 г воды, то это около 11 молей, т. е. $11 \cdot N_A = 6,6 \cdot 10^{24}$ молекул.

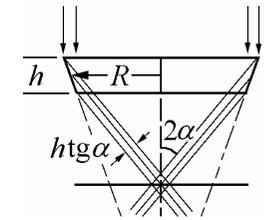
в) Соответственно масса одной молекулы в граммах равна 200, деленному на это число, т. е. $3 \cdot 10^{-23}$, или $3 \cdot 10^{-26}$ кг.

Вариант 34-ФФ

1. По закону Бойля-Мариотта $P_A h = \left(P_A + \frac{mg}{S} \right) \cdot \frac{2h}{3}$, где h – высота

цилиндра. Отсюда атмосферное давление $P_A = 2mg/S$.

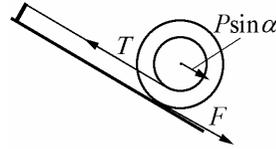
2. Отраженный от средней точки пояска луч идет под углом 2α к вертикали и пересекает ось на расстоянии $R/\operatorname{tg} 2\alpha$ от средней плоскости. Это и будет искомое положение экрана (см. рисунок). Диаметр пятна определяется крайними лучами. Расстояние между ними равно $h \operatorname{tg} \alpha$, а диаметр будет $h \operatorname{tg} \alpha / \cos 2\alpha = h(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)$. Возможны и другие формы ответа.



3. Проводник, двигаясь со скоростью $V = at$, создает в цепи эдс $\varepsilon = BVl = BatL$. Напряжения на обоих конденсаторах равны ε , а их суммарный заряд $Q = \varepsilon(C_1 + C_2)$. Ток, текущий в проводнике, $I = \Delta Q/\Delta t = BaL(C_1 + C_2)$. По второму закону Ньютона $F - BIL = ma$, откуда $F = a(m + B^2 L^2(C_1 + C_2))$. Наличие начальной скорости не изменяет результата, так как равносильно сдвигу начала отсчета времени.

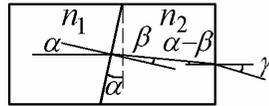
4. Прыгун разгоняется до скорости $V_0 \approx 10$ м/с. В полете он приводит в движение массу воздуха порядка ρSL , где ρ – плотность воздуха, S – площадь «сечения» прыгуна, L – длина прыжка. Это уменьшает скорость: по закону сохранения импульса, $mV_0 = (m + \rho SL)V$. Уменьшение длины прыжка будет около $(V_0 - V)t \approx (V_0 - V)L/V_0 = L \cdot \rho SL / (m + \rho SL) \approx L(\rho SL/m)$, так как масса увлекаемого воздуха мала по сравнению с массой прыгуна m . Отношение в скобках порядка $(1 \text{ кг/м}^3 \cdot 0,5 \text{ м}^2 \cdot 8 \text{ м/80 кг}) = 0,05$, т. е. потеря составляет несколько процентов от длины прыжка, или около 40 см.

5. На плоскости, кроме «скатывающей» силы $P \sin \alpha$, натяжение нити T должно компенсировать еще и силу трения F , которая в данном случае толкает катушку вниз (иначе она начала бы вращаться вокруг своей оси). Сумма $P \sin \alpha + F$ может превышать вес P , а поскольку нить рвется, она именно и превышает. Более подробное решение следует из рассмотрения равенства моментов относительно точки касания: $P \sin \alpha R = T(R - r)$, где R и r – внешний и внутренний радиусы катушки. Получаем $T = P \sin \alpha R / (R - r)$. При близких радиусах натяжение может стать очень большим.



Вариант 35-ФФ

1. На левой границе луч не отклоняется. На внутренней $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ или для малых углов $\beta = \alpha n_1 / n_2$. На правой границе $\gamma = n_2(\alpha - \beta) = \alpha(n_2 - n_1)$. Это и есть угол отклонения. При $n_2 > n_1$ луч отклоняется вниз.



2. Пусть начальное давление – P_0 , начальная температура – T_0 , масса поршня – m , конечное давление в верхнем отсеке P . Поскольку объемы отсеков не изменились, из уравнения состояния газа следуют равенства $T_1 = T_0 \frac{P}{P_0}$, $T_2 = T_0 \frac{P + mg/S}{P_0}$, $T = T_0 \frac{P + 2mg/S}{P_0}$. Видно, что температуры составляют арифметическую прогрессию: $T_2 - T_1 = T - T_2$, т. е. $T = 2T_2 - T_1$.

3. Составляющая скоростей вдоль поля $V \cos \alpha$ не меняется. Поперечная скорость $V \sin \alpha$ постоянна по величине, но меняется по направлению, так что проекция траектории на плоскость, перпендикулярную полю – круг радиуса R , причем $mV^2 \sin^2 \alpha / R = eV \sin \alpha B$. Отсюда $R = mV \sin \alpha / eB$. Электроны вращаются в одном направлении (по часовой стрелке вокруг вектора индукции, с учетом их отрицательного заряда) и встретятся после завершения оборота: $t = 2\pi R / V \sin \alpha = 2\pi m / eB$. За это время вдоль поля они пройдут искомое расстояние $Vt \cos \alpha = 2\pi mV \cos \alpha / eB$.

4. Число приседаний будет максимальным, если при движении вниз падать свободно, а в нижнем положении тратить минимум времени на разгон вверх, так чтобы поднять центр масс на заданное расстояние h (которое не может быть очень малым, иначе приседание не будет засчитано). Такое

движение аналогично прыжкам мяча, подлетающего на высоту h , и одно приседание займет время $2\sqrt{2h/g} \approx 2/3$ с при высоте $h = 0,5$ м. За минуту получится порядка 90 приседаний. Рассмотрение стадии торможения с ограничением по силе ног и мощности уменьшит результат, но не изменит его порядок величины. (Рекорд на данный момент равен 66.)

5. Во *вращающейся* системе отсчета можно говорить о центробежной силе, направленной наружу от оси вращения и складывающейся с силой притяжения к Земле, направленной вниз. Суммарная «тяжесть» при достаточных скорости вращения и расстоянии от оси может иметь составляющую в том числе и вверх по трубке. Легкие тела в жидкости всплывают, т. е. движутся против тяжести, что и объясняет эксперимент.

В *инерциальной* системе отсчета частицы воды в трубке движутся по кругу под действием разности давлений. При достаточных скорости вращения и расстоянии от оси давление может возрастать с удалением от оси вдоль трубки. Легкие тела в жидкости перемещаются в сторону уменьшения давления.

Вариант 38-ФЕН

1. Мяч поднимается на высоту h , поэтому вертикальную составляющую скорости можно найти из условия $mV_y^2 / 2 = mgh$, т. е. $V_y^2 = 2gh$, $V_y = \sqrt{2gh}$. Время подъема $V_y / g = \sqrt{2h/g}$. За это время мяч пролетает половину расстояния между воротами. Горизонтальная составляющая скорости $V_x = (L/2) / (\sqrt{2h/g}) = L\sqrt{g/8h}$. Начальная скорость

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{gL} \sqrt{\frac{L}{8h} + \frac{2h}{L}} = 1,312\sqrt{gL} = 41,5 \text{ м/с. (При запуске мяча}$$

под углом 45° и той же дальности L скорость получилась бы меньше: $V_0 = \sqrt{gL} = 31,6$ м/с, но при этом высота траектории $V_0^2 \sin^2 45^\circ / 2g = L/4 = 25$ м превышает высоту зала.)

2. В исходном состоянии равны объемы отсеков, давления и температуры, следовательно, в каждом отсеке содержится одинаковое количество газа – половина искомого числа молей. Пусть при вертикальном положении трубки давление сверху равно P . Из уравнений состояния имеем $PSH = \nu RT / 2$, $(PS + mg)h = \nu RT / 2$. Исключая P , получаем

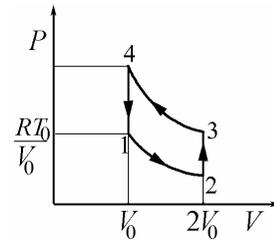
$$v = \frac{2mghH}{RT(H - h)}.$$

3. Начальная энергия конденсатора равна $\frac{q^2}{2C}$. В первый раз заряд перетекает на внутреннюю пластину. Получается конденсатор с уменьшенным втрое зазором (и утроенной емкостью) и с тем же зарядом, имеющий энергию $\frac{q^2}{6C}$; тепло $Q_1 = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{6C} = \frac{q^2}{3C}$. После второго замыкания выделяется энергия $Q_2 = \frac{q^2}{6C}$.

4. Отраженный от зеркала луч идет под углом 2α к падающему пучку. Расстояние между крайними лучами равно $L \sin \alpha$, а длина зайчика $L \sin \alpha / \cos 2\alpha$. Ширина пучка L , и площадь $S = L^2 \sin \alpha / \cos 2\alpha = = L^2 \cos \alpha (\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)$ (возможны и другие формы ответа).

Вариант 311 – ГГФ

1. Скорости бусинок перед ударом находятся из закона сохранения энергии: $V_1 = \sqrt{2gL_1 \sin \alpha}$, $V_2 = \sqrt{2gL_2 \sin \alpha}$. Скорость получившегося тела из закона сохранения импульса $V = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} = \sqrt{2g \sin \alpha} \frac{m_1 \sqrt{L_1} + m_2 \sqrt{L_2}}{m_1 + m_2}$.



2. Давление $P = RT/V$ максимально при максимальной температуре и минимальном объеме: $P_{\max} = 2RT_0/V_0$. Аналогично $P_{\min} = RT_0/2V_0$. В осях P - V цикл состоит из двух прямых (изохор) и двух гипербол – изотерм (см. рисунок).

3. После того как вставлена третья пластина, система эквивалентна двум конденсаторам, емкости которых $\frac{\epsilon_0 S}{d/2} = C$ и $\frac{C}{2C} = \frac{1}{2}$

$\frac{2\epsilon_0 S}{d/2} = 2C$, включенным последовательно. (У верхнего конденсатора «работает» только часть площади средней пластины, равная S .) Разность потенциалов (напряжение) между верхней и средней пластинами $V_1 = q/C = qd/2\epsilon_0 S$, между средней и нижней $V_2 = q/2C = qd/4\epsilon_0 S$, между крайними пластинами $V_1 + V_2 = 3qd/4\epsilon_0 S$. В системе СГС $V_1 = 2\pi qd/S$, $V_2 = \pi qd/S$, $V_1 + V_2 = 3\pi qd/S$.

4. а). Полное внутреннее отражение – это ситуация, когда при наклонном падении луча на границу двух сред отсутствует преломленный луч.

б) На границе сред с показателями преломления n_1 и n_2 предельный угол α задается условием $\sin \alpha = n_2/n_1$, причем $n_1 > n_2$ (луч идет из оптически более плотной среды).

в) Для границы вода – воздух $\sin \alpha = 3/4$, $\alpha = 48,6^\circ$.

Ответственные за выпуск Г. В. Меледин, А. П. Ершов
Компьютерная верстка О. Г. Батановой
Редактор С. Д. Андреева
Подписано в печать
Формат 60 x 84 1/16. Офсетная печать.
Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 500 экз.
Заказ
Цена

Лицензия № 021285 от 6 мая 1998 г.
630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2.
Издательский центр НГУ.