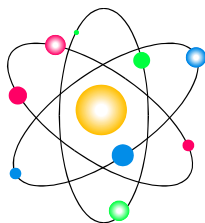


**ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ,
предлагавшиеся
на вступительных письменных
экзаменах в НГУ на ФФ, ФЕН и ГГФ,
включая открытую олимпиаду,
в 2001 году
(с решениями)**



**Варианты задач вступительных экзаменов по физике 2001 года
Новосибирский государственный университет**

Физический факультет

Первые три задачи – расчетные, различной степени трудности: от почти стандартных до сравнительно сложных, требующих смекалки, глубоких знаний, умения ориентироваться в непривычной или усложненной ситуации.

Четвертая задача – задача-оценка¹. Для ее решения необходимо разобратся в рассматриваемом физическом явлении, сформулировать простую (так как нужна только оценка) физическую модель этого явления, выбрать разумные числовые значения физических величин и, наконец, получить численный результат, более или менее соответствующий реальности. В тексте задачи подчеркивается, что абитуриент может сам выбрать необходимые для решения задачи величины и их числовые значения.

Пятая задача - задача-демонстрация, при решении которой необходимо объяснить физическое явление, демонстрируемое в аудитории. Среди различных факторов, влияющих на процесс, необходимо выделить главный.

Длительность экзамена – пять астрономических часов.

© Новосибирский государственный
университет, 2002

¹ О задачах-оценках смотрите:

Меледин Г. В. Физика в задачах. Экзаменационные задачи с решениями. 3-е изд. М.: Физматлит, 1994.

Меледин Г. В. Задачи-оценки. Практикум абитуриента. Приложение к журналу «Квант» № 5/2001. О физике и физическом мышлении. Стр. 113 – 128. М.: Бюро Квантум, 2001.

Факультет естественных наук, геолого-геофизический факультет

Варианты состояли из четырех задач из разных разделов физики примерно одинаковой степени трудности. В вариантах для геологов последняя задача по сути была теоретическим вопросом.

Длительность экзамена - четыре астрономических часа.

Поступающим в 2001 году предлагались следующие варианты задач по физике:

Март

01р-ФФ, 02р-ФФ – абитуриентам физического факультета;

05р-ФЕН – абитуриентам факультета естественных наук;

07р-ГГФ – абитуриентам геолого-геофизического факультета.

Июль

01-ФФ, 02-ФФ – абитуриентам физического факультета;

05-ФЕН – абитуриентам факультета естественных наук;

08-ГГФ – абитуриентам геолого-геофизического факультета.

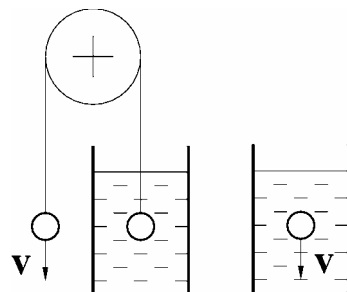
ВНИМАНИЕ! задача не считалась решенной, если без объяснений приводился лишь ответ

*Таблица приближенных значений физических величин
и универсальных постоянных, необходимых при решении задач-оценок
и демонстрационных задач*

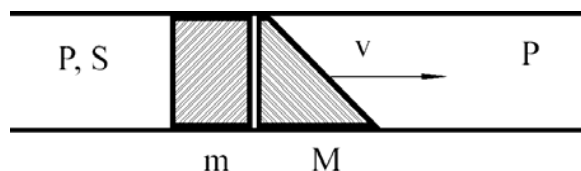
Атмосферное давление	$P_0 \approx 10^5 \text{ Па}$
Ускорение свободного падения	$g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$
Гравитационная постоянная	$G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$
Средний радиус Земли	$R_3 \approx 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$
Универсальная газовая постоянная	$R \approx 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
Число Авогадро	$N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$
Элементарный заряд	$e \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$

ВАРИАНТ 01-ФФ

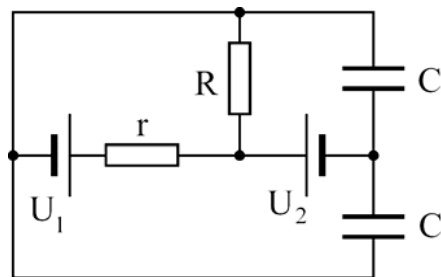
1. Два одинаковых шара плотности ρ соединены невесомой нитью, переброшенной через блок. Правый шар, погруженный в вязкую жидкость плотности ρ_0 , поднимается с установившейся скоростью v . Определить отношение ρ/ρ_0 , если установившаяся скорость свободно падающего в жидкости шара также равна v . Ускорение свободного падения g .



2. Два поршня разной формы, но одинакового сечения S с массами m и M расположены вплотную друг к другу в длинной трубе с сечением S , наполненной газом с давлением P . Правому поршню сообщают скорость v . Найти максимальное расстояние между поршнями. Поршни движутся в трубе без трения, газ в область между поршнями не проникает, изменением давления газа пренебречь.



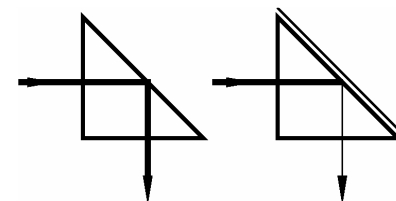
3. Определить заряды на конденсаторах в цепи, изображенной на рисунке. Внутренним сопротивлением батареек пренебречь. До включения в цепь заряд на пластинах конденсаторов был равен нулю.



4. Оценить время прохождения сигнала при разговоре по спутниковому телефону, использующему спутник, находящийся на геостационарной орбите (то есть постоянно «висящий» над одной точкой земной поверхности).

5. Пучок света от лазера падает на боковую грань равнобедренной прямоугольной призмы и выходит под углом 90° . Если к наклонной грани

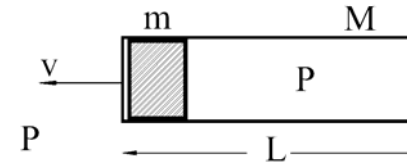
приложить сухую черную бумагу, то ничего не изменится. Однако если приложить мокрую черную бумагу, то интенсивность выходящего из призмы света резко уменьшится. Объясните демонстрируемое явление.



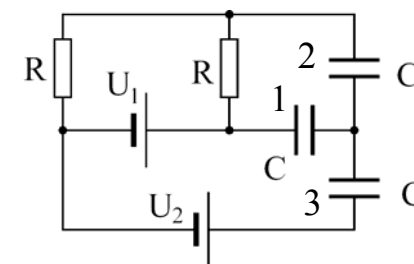
ВАРИАНТ 02-ФФ

1. В начальный момент времени первый из двух одинаковых упругих шаров отпускают с нулевой скоростью с высоты h , а второй выстреливают с поверхности земли со скоростью v вертикально вверх. Через какое время после столкновения второй шар упадет на землю? Ускорение свободного падения равно g .

2. Поршень массы m расположен вплотную ко дну открытой пробирки с массой M и сечением S . Какую начальную скорость V надо сообщить пробирке, чтобы поршень из нее вылетел? Поршень в пробирке движется без трения, воздух в область между поршнем и дном пробирки не проникает. Длина пробирки равна L , атмосферное давление — P .

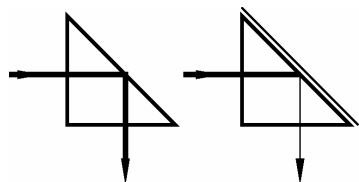


3. Определить заряды на конденсаторах в цепи, изображенной на рисунке. Внутренним сопротивлением батареек пренебречь. До включения в цепь заряд на пластинах конденсаторов был равен нулю.



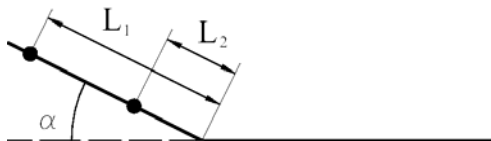
4. Оценить максимальную широту местности, где можно разговаривать по спутниковому телефону, использующему спутник, находящийся на геостационарной орбите (то есть постоянно «висящий» над одной точкой земной поверхности).

5. Пучок света от лазера падает на боковую грань равнобедренной прямоугольной призмы и выходит под углом 90° . Если к наклонной грани приложить сухую черную бумагу, то ничего не изменится. Однако если приложить мокрую черную бумагу, то интенсивность выходящего из призмы света резко уменьшится. Объясните демонстрируемое явление.

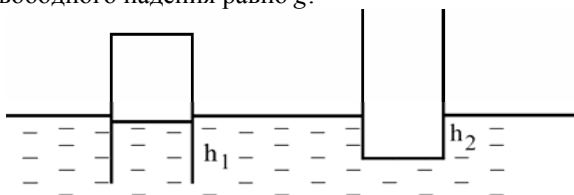


ВАРИАНТ 05-ФЕН

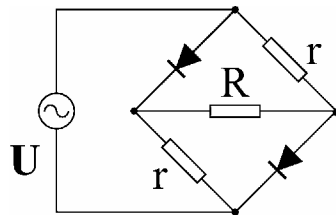
1. Две бусинки находятся на изогнутой под углом α спице на расстояниях L_1 и L_2 от места изгиба. Их одновременно отпускают с нулевой начальной скоростью. Через какое время левая бусинка догонит правую? Трением пренебречь. Ускорение свободного падения — g .



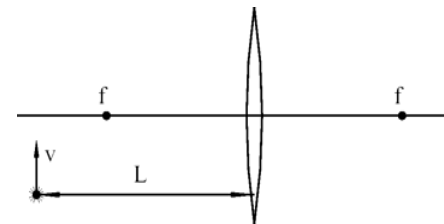
2. Цилиндрический стакан высоты H , опущенный вверх дном в жидкость плотности ρ , плавает погруженным до глубины h_1 . Стакан, плавающий дном вниз, погружен до глубины h_2 . Найти атмосферное давление. Ускорение свободного падения равно g .



3. Схема, состоящая из диодов и сопротивлений, подключена к источнику переменного тока. Определить, какая часть полной тепловой мощности, выделяющейся в цепи, приходится на сопротивление R . Сопротивлением диодов в прямом направлении пренебречь.



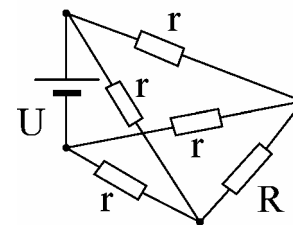
4. Точечный источник света движется с постоянной скоростью v в плоскости, перпендикулярной оптической оси линзы и расположенной на расстоянии L от линзы. Найти скорость изображения, если фокусное расстояние линзы равно f .



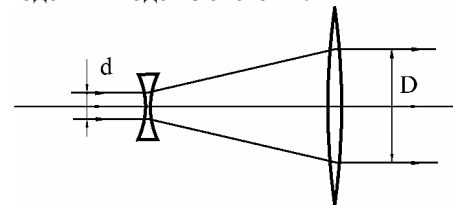
ВАРИАНТ 08-ГГФ

1. Оценить массу атмосферы Венеры. Массу и радиус R Венеры считать равными земным. $R = 6\,400$ км, ускорение свободного падения 10 м/сек², давление у поверхности планеты — 10^7 Па.

2. Найти тепловую мощность, выделяющуюся в схеме, изображенной на рисунке. Схема состоит из четырех одинаковых сопротивлений r , одного сопротивления R и батарейки с ЭДС U . Внутренним сопротивлением батарейки пренебречь.



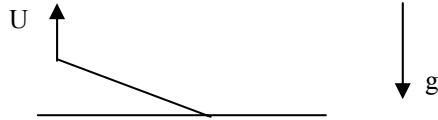
3. Оптическая система состоит из двух соосных линз, одна из которых — рассеивающая с фокусным расстоянием f_1 , а другая — собирающая с фокусным расстоянием f_2 . Параллельный пучок света, падающий вдоль оптической оси на рассеивающую линзу, остается параллельным и после выхода из системы. Найти расстояние между линзами и отношение диаметров пучков света на входе и выходе из системы.



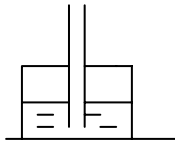
4. На горизонтальной плоскости находится брусок массы M . Коэффициент трения скольжения между бруском и плоскостью равен μ . К бруску прикладывают силу F под углом α к горизонту. Изобразить график зависимости силы трения от величины силы F . Рассмотреть случаи $\alpha > 0$ и $\alpha < 0$.

ВАРИАНТ 01р-ФФ

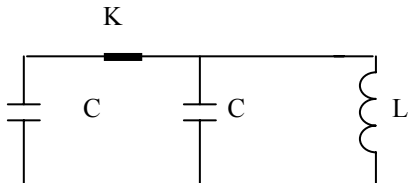
1. На конце линейки длины L , лежащей на горизонтальной плоскости, находится маленький грузик. Линейку начинают поднимать за тот же конец с постоянной скоростью u , направленной вверх. Через какое время t грузик начнет соскальзывать? Коэффициент трения между грузиком и линейкой μ .



2. В отверстие в дне перевернутого стакана, стоящего на горизонтальной плоскости, вставлена длинная тонкая трубка. Через трубку в стакан вливают воду. Высота стакана H , площадь поперечного сечения S , масса M . Какой объем воды можно влить в стакан до момента, когда она начнет вытекать из-под стакана? Атмосферное давление P .



3. В изображенном на рисунке колебательном контуре, состоящем из катушки с индуктивностью L и двух конденсаторов с емкостями C , происходят колебания с максимальным током в катушке I . В момент, когда ток в катушке равен $I/2$, ключ K размыкают. Определить максимальный заряд на конденсаторе, оставшемся в цепи.



4. Оценить время лобового соударения двух футбольных мячей. Избыточное давление в мяче равно атмосферному.

5. Концы сложенной вдвое тонкой проволоки закреплены так, что она слегка натянута. За середину этой проволоки с помощью петли прикреплена такая же, но одиночная проволока. Если достаточно сильно потянуть за вторую проволоку, то порвется сложенная вдвое первая проволока. Объясните демонстрируемое явление.

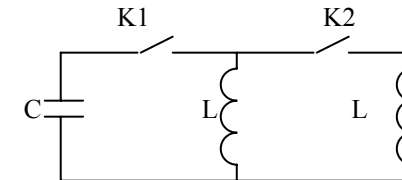
ВАРИАНТ 02р-ФФ

1. Колесо катится без проскальзывания с постоянной скоростью v . С верхней точки обода колеса срывается камешек. Через какое время колесо наедет на этот камешек? Радиус колеса R , ускорение свободного падения g .

2. В горизонтально расположенной цилиндрической пробирке с сечением S на расстоянии H_0 от дна находится водяная «пробка», которая может без трения перемещаться внутри пробирки. Температура пробирки T_0 . При нагревании пробирки до температуры T расстояние от дна до водяной пробки увеличилось до H . Найти изменение массы пара в левой части пробирки. Молярная масса пара μ , атмосферное давление P_0 . Газовая постоянная равна R .

$H_0 T_0$	$\frac{H}{H_0} \frac{T}{T_0}$	P_0
-----------	-------------------------------	-------

3. В цепи, изображенной на рисунке, заряд на конденсаторе с емкостью C равен Q . Ток в катушках с индуктивностями L отсутствует. Ключ $K1$ замыкают. В момент, когда заряд на конденсаторе станет равным $Q/2$, размыкают ключ $K2$. Определить максимальный ток в цепи после размыкания ключа $K2$.



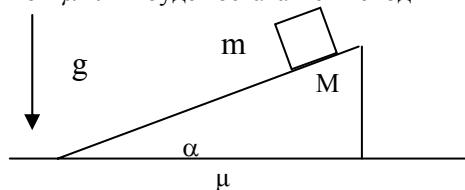
4. Эквилибрист стоит на доске, лежащей горизонтально на футбольном мяче. Оценить, насколько сожмется мяч под весом эквилибриста. Избыточное давление в мяче равно атмосферному.

5. Концы сложенной вдвое тонкой проволоки закреплены так, что она слегка натянута. За середину этой проволоки с помощью петли прикреплена такая же, но одиночная проволока. Если достаточно сильно потянуть за вторую проволоку, то порвется сложенная вдвое первая проволока. Объясните демонстрируемое явление.

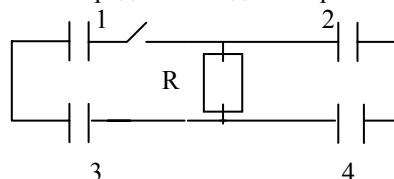
ВАРИАНТ 05р-ФЕН

1. Клин массы M с углом α при основании стоит на горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между клином и плоскостью μ . По на-

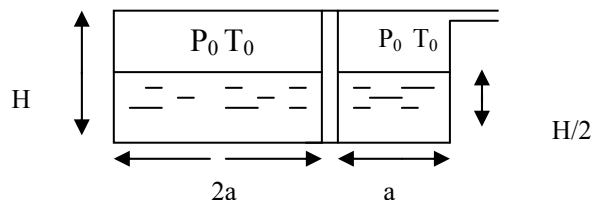
клонной поверхности клина соскальзывает без трения тело массы m . При каком минимальном μ клин будет оставаться неподвижным?



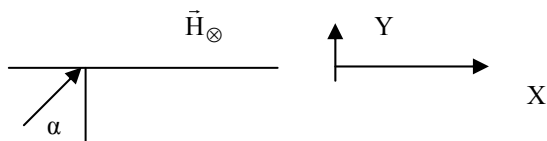
2. В схеме, изображенной на рисунке, емкости первого и четвертого конденсаторов равны C_1 , а второго и третьего — C_2 . До замыкания ключа заряд на первом конденсаторе был равен Q , а на остальных — нулевой. Найти установившиеся заряды на конденсаторах после замыкания ключа.



3. Сосуд, изображенный на рисунке, разделен на две части тонкой подвижной герметичной перегородкой. Обе части сосуда заполнены жидкостью до половины высоты, температура и давление воздуха в обеих частях сосуда одинаковы и равны T_0 и атмосферному давлению P_0 . До какой температуры надо нагреть воздух в сосуда, чтобы жидкость начала выливаться из правой части сосуда? Плотность жидкости равна ρ . Испарением жидкости пренебречь.



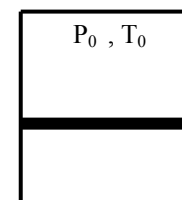
4. Частица с зарядом q и массой m влетает в область пространства $Y > 0$ с магнитным полем H , направленным параллельно оси Z . Скорость частицы V лежит в плоскости XY и направлена под углом α к оси Y . Найти расстояние между точками влета и вылета частицы из области магнитного поля.



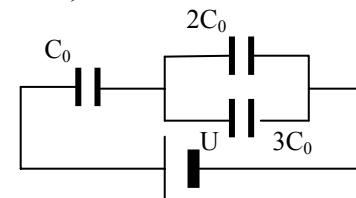
ВАРИАНТ 07р-ГГФ

1. Сколько суток было бы в году, если бы Земля вращалась вокруг своей оси с такой угловой скоростью, что вес тел на экваторе был бы равен нулю? Радиус Земли $R = 6\,400$ км, ускорение свободного падения на полюсе $g = 10 \text{ м/сек}^2$.

2. На дне закрытого цилиндрического сосуда под невесомым поршнем находится один моль жидкого азота. Пространство над поршнем заполнено воздухом при давлении P_0 и температуре T_0 . Определить высоту подъема поршня после того, как весь азот испарится и приобретет температуру T_0 . Объем сосуда V , высота H .



3. Найти заряды на конденсаторах в схеме, изображенной на рисунке. $C_0 = 1,2 \cdot 10^{-5}$ Ф, $U = 5$ В.



4. а) Дайте определение работы силы F на небольшом участке пути ΔS ; векторы силы и перемещения не совпадают по направлению.
б) Найти работу силы сопротивления воздуха, действующей на 100-метровом участке траектории на парашютиста, совершающего затяжной прыжок. Масса парашютиста 100 кг, скорость падения считать постоянной.

Указания, решения, ответы

Вариант 01-ФФ

1. Силы сопротивления движению шаров из-за равенства их установившихся скоростей одинаковы в обоих случаях, хотя и направлены в противоположные стороны. С учетом этого, а также принимая во внимание вес шара, натяжение нити и выталкивающую силу, получаем $\rho / \rho_0 = 2$.

2. Импульсы, полученные поршнем и трубой, равны по величине, поскольку силы, действующие на них, PS , и времена действия этих сил одинаковы. Поэтому применим закон сохранения импульса.

При учете работы против сил давления газа, постоянных при всем движении поршней, PSL , можно использовать закон сохранения энергии.

Максимальное расстояние между поршнями достигается при равенстве значений скоростей v_1 поршней. Таким образом, получаем

$$Mv = (m + M)v_1, \quad Mv^2/2 = (m + M)v_1^2/2 + PSL.$$

$$\text{Откуда } v = (2PLS(m + M)/mM)^{1/2}.$$

3. Из-за равенства напряжений на одинаковых по емкости конденсаторах заряды на них равны: $q_1 = q_2 = q$. Постоянный ток идет, минуя участки с конденсаторами. Поэтому сила тока равна $J = U_1/(r + R)$. Работа по замкнутому контуру, в частности, для рассматриваемой цепи, равна нулю. Отсюда, пронося по нижнему участку цепи единичный положительный заряд, получаем $U_1 - U_2 = \frac{U_1}{r + R} + \frac{q}{C}$, откуда $q = C(U_1 \frac{R}{r + R} - U_2)$.

4. Сначала найдем высоту h , на которой над заданной точкой земного экватора неподвижно висит спутник связи, обходя Землю по орбите радиуса $R_3 + h$ за время T , равное одним суткам: $mgR_3^2/(R_3 + h)^2 = m \cdot 4\pi^2(R_3 + h)/T^2$.

Отсюда $h = (gT^2/4\pi^2)^{1/3} - R_3 \approx 6R_3$, (около $3,6 \cdot 10^4$ км). Искомое время примерно $\Delta t \sim 2h/c$, где c – скорость сигнала, равная скорости света $c = 3 \cdot 10^5$ км/сек. Отсюда $\Delta t \sim 2h/c \approx 7 \cdot 10^4 / 3 \cdot 10^5 \sim 0,2$ сек.

5. Из-за эффекта полного внутреннего отражения свет, отразившись от наклонной грани, как от зеркала, не дойдет до сухой бумаги, между которой и стеклом призмы находится воздух. Свет после отражения практически полностью выйдет через нижнюю грань.

Если же бумагу смочить, то между ней и стеклом призмы будет прослойка воды, у которой показатель преломления, в отличие от воздуха, близок к показателю преломления стекла. В результате эффект полного

внутреннего отражения в этом случае пропадет, свет в значительной мере пройдет через боковую грань к мокрой черной бумаге и поглотится в ней. В итоге света, выходящего через нижнюю грань, практически не будет.

Вариант 02-ФФ

1. Рассматривая движение нижнего шара относительно верхнего, сразу получаем время до их встречи $t_0 = h/v$.

При упругом соударении происходит обмен скоростями, что сразу же получается из законов сохранения энергии и импульса. Поэтому верхний шар как бы проходит беспрепятственно сквозь нижний и падает на землю через полное время $t_1 = \sqrt{2h/g}$. От момента соударения шаров до падения нижнего шара на землю, таким образом, пройдет время $t = t_1 - t_0 = \sqrt{2h/g} - h/v$.

2. Задача в принципе аналогична задаче 2 варианта 01-ФФ, но предложим здесь иное решение.

Ускорения пробирки и поршня под действием силы давления воздуха равны соответственно $a_n = -PS/M$ и $a_{nop} = PS/m$.

Условием минимальности скорости v , сообщенной пробирке для вылета поршня из нее, будет равенство их скоростей: $\frac{PS}{m}t = v - \frac{PS}{M}$, откуда

$$t = \frac{v}{PS} \cdot \frac{mM}{m + M}.$$

Поэтому, почти остановившись на выходе из пробирки, поршень пройдет расстояние L .

$$L = vt - a_n t^2/2 + a_{nop} t^2/2 = v_{\min}^2 mM/[2PS \cdot (m + M)].$$

$$\text{Отсюда } v_{\min} = [2PSL(m + M)/(mM)]^{1/2}.$$

3. Введем неизвестный общий потенциал ϕ всех трех соединенных между собой внутренних обкладок конденсаторов, суммарный нулевой заряд которых сохраняется.

Пронумеруем конденсаторы, указав установившиеся заряды на них, как показано на рисунке в условии задачи. Расставим произвольно знаки зарядов на обкладках. Тогда

$$-q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad (1)$$

Постоянный ток, создаваемый источником ЭДС U_l , минуя конденсаторы, идет через одинаковые сопротивления, поэтому падение напряжения

на каждом из них равно $U_1/2$. Таким образом, известны потенциалы внешних обкладок 1, 2 и 3, соответственно U_1 , $U_1/2$ и U_2 .

Записываем отношение величины заряда конденсатора к его емкости, приравняв результат к разности потенциалов на обкладках. При этом из более высокого потенциала положительно заряженной обкладки вычитаем более низкий потенциал отрицательно заряженной обкладки.

$$(q_1/C) = U_1 - \varphi; \quad (q_2/C) = \varphi - U_1/2; \quad (q_3/C) = \varphi - U_2.$$

Подставляя q_1 , q_2 , q_3 из этих уравнений в (1), получаем $C(-U_1 + \varphi - U_1/2 + \varphi + \varphi - U_2) = 0$, откуда $\varphi = U_1/2 + U_2/3$. Зная φ , находим q_1 , q_2 и q_3 :

$$q_1 = C(U_1 - U_1/2 - U_2/3) = C(U_1/2 - U_2/3);$$

$$q_2 = C(U_1/2 + U_2/3 - U_1/2) = CU_2/3;$$

$$q_3 = C(U_1/2 + U_2/3 - U_2) = C(U_1/2 - 2U_2/3).$$

4. Спутник связи висит неподвижно над заданной точкой земного экватора, обходя Землю по круговой орбите радиуса ℓ за время T , равное суткам. По второму закону Ньютона $m(4\pi\ell^2/T^2) = mg \cdot (R_3^2/\ell^2)$, где $R_3 \approx 6 \cdot 10^4$ км, $g = 10$ м/с², m — масса спутника. Отсюда

$$\ell \sim \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} \approx 7R_3 \approx 4 \cdot 10^4 \text{ км.}$$

Искомая максимальная широта определяется проведением касательной к поверхности Земли от спутника и проведением радиуса Земли в точку касания. Угол наклона радиуса Земли к плоскости экватора и определяет максимальную широту, где еще возможен на пределе прием сигнала со спутника.

$$\cos \varphi = R_3/\ell \approx R_3/7R_3 = 1/7 \text{ радиан} \approx 80^\circ.$$

5. См. решение задачи 5 в варианте 01-ФФ.

Вариант 05-ФЕН

1. Из кинематики времени соскальзывания бусинок по наклонной части спицы: $t_1 = \sqrt{2L_1/(g \sin \alpha)}$, $t_2 = \sqrt{2L_2/(g \sin \alpha)}$. Скорости к моменту достижения горизонтальной части $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot L_1}$, $v_2 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot L_2}$.

Введем путь S , который пройдут бусинки по горизонтальной части спицы до их встречи. Полные времена движений до соударения совпадают:

$t = t_1 + S/v_1 = t_2 + S/v_2$. Находим отсюда $S = \frac{(t_1 - t_2)v_1v_2}{v_1 - v_2}$. Таким обра-

зом, получаем искомое время t .

$$t = t_1 + \frac{(t_1 - t_2)v_2}{v_1 - v_2} = t_2 + \frac{(t_1 - t_2)v_1}{v_1 - v_2} = \frac{v_1t_1 - v_2t_2}{v_1 - v_2}.$$

Подставляя значения $v_{1,2}$ и $t_{1,2}$, в итоге имеем $t = \sqrt{2L_1/(g \sin \alpha)} + \sqrt{2L_2/(g \sin \alpha)} = t_1 + t_2$.

2. Пусть разница уровней жидкости снаружи и внутри перевернутого стакана равна x . Тогда по закону Паскаля $\rho g x + P_0 = P$, для запертого перевернутого стакана по Бойлю – Мариотту $P_0 H = P \cdot (H - h_1 + x)$, из условия равновесия перевернутого стакана $(P - P_0) = mg/S$, а для неперевернутого плавающего - $\rho g h_2 = mg/S$. $x = h_2$. Получаем

$$P_0 = \rho g h_2 (H + h_2 - h_1) / (h_1 - h_2).$$

3. Когда диоды закрыты, ток идет через все три сопротивления, которые оказываются соединенными последовательно. Полная тепловая мощность, которая при этом выделяется, равна $U^2/(R + 2r)$. На сопротивлении R при этом выделяется мощность $U^2 R / (R + 2r)^2$. Когда диоды открыты, все три сопротивления соединены параллельно. На сопротивлении R выделится мощность U^2/R . Полная тепловая мощность при этом равна $U^2 / \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{R} \right)$. Таким образом, искомая доля ξ равна

$$\xi = \left[\frac{R}{(2r + R)^2} + \frac{1}{R} \right] / \left(\frac{1}{2r + R} + \frac{2}{r} + \frac{1}{R} \right).$$

4. Скорость движения изображения $v_1 = f/(L - f)$.

Вариант 08-ГГФ

1. Давление P равно весу атмосферы, приходящемуся на единицу площади планеты: $P = mg/(4\pi R^2)$. Отсюда $m = 4\pi R^2 P/g = 5 \cdot 10^{20}$ кг.

2. Из симметрии ясно, что концы ребра с сопротивлением R имеют одинаковые потенциалы и через сопротивление R ток не течет. Но тогда общее сопротивление схемы равно r и тепловая мощность $N = U^2/r$.

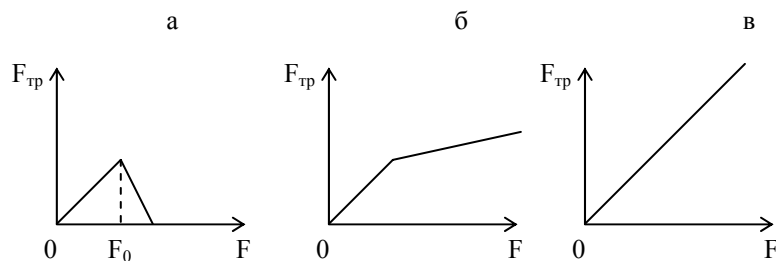
3. На собирающую линзу падает расходящийся пучок света, идущий как бы из мнимого фокуса рассеивающей линзы. Но тогда, если от этой точки до собирающей линзы расстояние равно f_2 , то между линзами будет,

соответственно, расстояние $L = f_2 - f_1$, и пучок, пройдя собирающую линзу, пойдет снова параллельно ее оси. Из подобия треугольников получим, что отношение $D_2/D_1 = f_2/f_1$.

4. Пусть угол $\alpha > 0$. Запишем второй закон Ньютона $ma = F \cos \alpha - F_{mp}$. Брусек покоится при $F \cos \alpha = F_{mp}$, $a = 0$. Это происходит при увеличении F , пока сила трения покоя не достигнет своего максимального значения: $F_{mp} \leq \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha)$, т. е. пока $F \leq \mu mg / (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = F_0$ (см. рис. а). При $F > F_0$ $F_{mp} = \mu(mg - F \sin \alpha)$, т. е. сила трения уменьшается до 0 при росте F . При $F \geq mg / \sin \alpha$ происходит отрыв от поверхности и $F_{mp} = 0$.

$\alpha < 0$. Брусек покоится при $F \cos \alpha = F_{mp}$, $a = 0$, до тех пор, пока сила трения покоя не достигнет своего максимального значения: $F_{mp} = \mu H = \mu(mg + F \sin \alpha)$. Тогда возможны варианты. Поскольку движения бруска нет, пока $F \leq \mu mg / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$, то далее нужен анализ поведения в зависимости от α в знаменателе.

При $\cos \alpha > \mu \sin \alpha$, если $F > \mu g / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$, то возможно скольжение, а $F_{mp} = \mu(mg + F \sin \alpha)$ (см. рис. б). Если же $\cos \alpha \leq \mu \sin \alpha$, то наблюдается так называемый «застой» (см. рис. в).



Вариант 01р-ФФ

- Коэффициент трения $\mu = \tan \alpha = ut / \sqrt{L^2 - (ut)^2}$. Отсюда $t = \frac{L}{u} \cdot \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}$.

2. Из условия равновесия получаем $Mg + PS = P_1S$. По закону Бойля – Мариотта имеем $PH = P_1(H - x)$. Решая систему, получаем $V = HS / (1 + SD / Mg)$.

3. По закону сохранения энергии $\frac{LI^2}{8} + 2\frac{Q^2}{2C} = \frac{LI^2}{2}$, откуда $\frac{Q^2}{C} = \frac{3}{8}LI^2$. Максимальный ток при колебаниях в цепи переходит в мак-

симальный заряд $q: \frac{5}{16}LI^2 = \frac{q^2}{2C}$, откуда $q = I\sqrt{5LC/8}$.

4. При соударении сила взаимодействия $F = (p - p_0)\pi[R^2 - (R - x)^2] \approx 2\pi R(p - p_0)x$. Получается закон для гармонических колебаний, для силы – аналог закона Гука. Искомое время t равно половине периода колебаний: $t = T/2 \approx \pi\sqrt{m/2\pi R(p - p_0)} \sim 5 \cdot 10^{-3}$ сек, где масса мяча $m \sim 0,5$ кг, радиус $R \sim 0,1$ м, перепад давлений $p - p_0 \sim 10^5$ Па.

5. При резком рывке разрыв происходит в сложенной вдвое проволочке в точке приложения петли, идущей от одиночной проволочки. При иной постановке задачи, когда снизу медленно тянут с силой F , эта сила уравнивается векторной суммой сил натяжения I , действующих вдоль проволочки. Критическим условием в случае, когда снизу по вертикали тянут с силой F , а угол раствора между векторами двух направлений сил натяжения T равен 2α , будет угол $\alpha = 60^\circ$. Если угол $\alpha < 60^\circ$, то рвется проволочка с петлей, тянущая вертикально вниз, если угол $\alpha > 60^\circ$, то порвется проволочка, располагающаяся сверху. В любом случае при этой постановке в пределах каждой проволочки разрыв происходит в самом слабом месте, в отличие от начальной постановки, где разрыв – всегда в верхней двойной проволочке в месте приложения петли.

Вариант 02р-ФФ

1. Если ось колеса движется со скоростью v и нет проскальзывания, то скорость нижней точки равна 0, а верхней, как и горизонтальная скорость камушка, равна $2v$. Время падения камушка $t = \sqrt{2 \cdot 2R/g}$, время движения оси по горизонтали $T = 2v \cdot t / v = 2t$ в два раза больше. Значит, наезд произойдет через $T = 4\sqrt{R/g}$.

2. Давление в пробирке создается паром. Тогда по закону Менделеева – Клапейрона имеем $m_b + \mu_b \frac{m_{no}}{\mu} \frac{RT_0}{SH_0} = P_0 \mu_b = (m_b + \frac{\mu_b m_{n1}}{\mu}) \frac{RT_1}{SH}$, где m_b – масса водяной пробки, μ_b – молярная масса воды. Отсюда получаем

$$\Delta m_{\Gamma} = \frac{\mu}{K} \cdot P_0 \left(\frac{H}{T} - \frac{H_0}{T_0} \right).$$

3. В момент замыкания ключа K1 по закону сохранения энергии $\frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{8C} + 2 \frac{LJ^2}{2}$, отсюда $LJ^2 = \frac{3}{8} \frac{Q^2}{C}$.

В момент размыкания ключа K2 $\frac{Q^2}{8C} + \frac{3}{16} \frac{Q^2}{C} = \frac{LJ^2}{2}$, $\frac{5}{8} \frac{Q^2}{C} = LJ^2$.

Вся энергия в конденсаторе переходит в энергию максимального тока через единственную индуктивность L . Итак, $J_{\max} = Q \sqrt{5/8LC}$.

4. Приравняв вес эквилибриста $Mg \sim 800$ Н к силе, действующей на человека со стороны мяча радиусом $R \sim 0,1$ м, получаем $p \cdot (p - p_0) 2Rx \sim Mg$, для $p - p_0 \sim 10^5$ Па. Откуда $x = Mg / 2\pi R(p - p_0) \sim (2/3)$ см.

5. См. решение задачи № 5 из варианта 01р-ФФ.

Вариант 05р-ФЕН

1. Поскольку клин покоится, единственная горизонтальная сила, которая может привести его в движение, это сила N давления со стороны движущейся по наклонной плоскости массы m . Эта сила компенсируется силой трения покоя. Для максимального значения силы трения покоя имеем

$$N \sin \alpha = \mu(Mg + N \cos \alpha). \quad (1)$$

Так как ускорение массы m направлено под углом α к горизонту, то $a \cos \alpha = N \sin \alpha$, $a \sin \alpha = mg - N \cos \alpha$. Домножая первое уравнение на $\sin \alpha$, а второе – на $\cos \alpha$, получаем $N \sin^2 \alpha = mg \cos \alpha - N \cos^2 \alpha$, откуда $N = mg \cos \alpha$. Подставляя найденное значение N в уравнение (1), имеем $\mu(Mg + mg \cos^2 \alpha) = mg \sin \alpha \cos \alpha$, откуда $\mu = m \sin \alpha \cos \alpha / (M + m \cos^2 \alpha)$.

2. Ток через сопротивление R не идет, конденсаторы 1 и 3 соединены параллельно, так что $q_1 / C_1 = q_2 / C_2$. Заряд Q растекается по обкладкам 1

и 2: $q_1 + q_2 = Q$, из двух уравнений находим заряды: $q_1 = QC / (C_1 + C_2)$, $q_2 = QC_2 / (C_1 + C_2)$.

3. При заполнении правой части полностью из условия сохранения объема жидкости перегородка сдвинется на величину x : $Hx = (H/2)a$, $x = a/2$. Высота уровня в левой части тогда станет равной h . $h(3a - x) = (H/2) \cdot 2a$, отсюда $h = 2H/5$. Из условия равенства давлений, действующих на перегородку, получаем $PH + \rho gh^2/2 = P_0H + \rho gH^2/2$. Обобщенный газовый закон определяет, что $2a \cdot (P_0H/2)/T_0 = P(H - h)(3a - x)/T$. В итоге получаем

$$T = \frac{3}{2} T_0 \left(1 + \frac{21}{50} \frac{\rho g H}{P_0} \right).$$

4. По второму закону Ньютона $mv^2/R = qvH$, а $\ell = 2R \cos \alpha = 2mv \cos \alpha / (qH)$.

Вариант 07р-ГГФ

1. Запишем второй закон Ньютона: $m \frac{4\pi^2}{T_0^2} R = mg - N$, в рассматриваемом случае $N = 0$ и $m \frac{4\pi^2}{T^2} R = mg$. $T = 2\pi \sqrt{R/g}$, т. е. время новых

суток $T \sim 5 \cdot 10^3$ сек, в обычных сутках $T_0 = 8,6 \cdot 10^4$ сек. Значит, сутки сократятся в $n = T_0/T = 17$ раз, а число дней в году увеличилось бы до величины $n \cdot 365 = 17 \cdot 365 \sim 6200$.

2. По закону Бойля – Мариотта $p_0H = p_1(H - h)$. Для азота $p_1hS = RT_0$, откуда $p_1 = RT_0H/hV$. Исключая p_1 из этих уравнений, получаем $h = H/(1 + p_0V/RT_0)$.

3. Первый конденсатор последовательно соединен с параллельно соединенными конденсаторами вторым и третьим. Общая емкость равна $C = \frac{1}{1/C_0 + 1/5C_0} = \frac{5}{6} C_0$. При последовательном соединении заряды на всех обкладках по величине одинаковы. Поэтому находим $q_1 = U \cdot C = 5UC/6$. У второго и третьего конденсатора из-за параллельности их соединения напряжение на обкладках одно и то же $U/6$, поэтому $q_2 = UC/3$, $q_3 = UC/2$.

4. а) $\Delta A = F \cdot \Delta S \cos \vec{F} \vec{S}$: работа равна произведению силы на перемещение и на $\cos$ угла между направлениями векторов силы и перемещения.

б) при установившемся движении сила сопротивления воздуха $F = mg$. Тогда $A = mg\ell = 100 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 100 \text{ м} = 10^5 \text{ м} = 10^5 \text{ Дж}$.

Ответственные за выпуск: Г. В. Меледин
А. И. Мильштейн
Компьютерная верстка О. Г. Батеновой

Подписано в печать	Формат 60×84 1/16
Заказ №	Уч.-изд. л. 1,25
Тираж 500.	Цена 10 руб.

Лицензия № 021285 от 6 мая 1998 г.
630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2.
Издательский центр НГУ.