

Вступительные экзамены по физике

Каждый вариант состоял из пяти задач трех типов.

Первые три из пяти – стандартные задачи различного уровня трудности: от сравнительно простых до очень сложных, требующих глубоких знаний и смекалки.

Четвертая задача – задача-оценка¹. Для ее решения необходимо построить простую физическую модель физического явления, выбрать разумные числовые значения физических величин и получить численный результат, более или менее соответствующий реальности. В тексте задачи подчеркивалось, что абитуриент может сам выбрать необходимые для решения задачи величины и их числовые значения.

Пятая задача – задача-демонстрация. Здесь необходимо объяснить физическое явление, демонстрируемое в аудитории, понять его сущность и среди различных факторов выделить главный.

Продолжительность экзамена – пять астрономических часов.

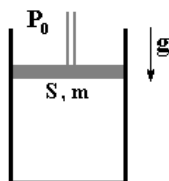
Задачи

Абитуриентам, поступающим на физический факультет, в марте 1999 года предлагались варианты задач по физике 91р-ФФ, 92р-ФФ, в июле – варианты 93-ФФ, 94-ФФ. Эти варианты с решениями приведены ниже. После формулировки каждой задачи в скобках указан максимальный балл за нее и величина среднего балла в процентах от максимального.

Варианты вступительных экзаменов за прошлые годы имеются на сайте физического факультета НГУ в Интернете по адресу <http://www.phys.nsu.ru> в разделе *Абитуриенты*.

Вариант 91р-ФФ

1. Вертикально стоящий цилиндр перекрыт поршнем площади S и массы m . Между поршнем и цилиндром есть трение. Поршень начнет опускаться, если на него надавить с силой F_1 , и подниматься, если потянуть вверх с силой F_2 . Найдите давление газа в цилиндре, если атмо-

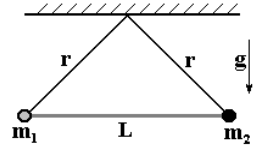


¹ О задачах-оценках смотрите: Меледин Г.В. Экзаменационные задачи с решениями.

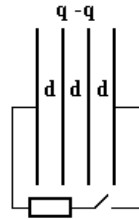
2-е изд. М.: Наука, 1989; Меледин Г.В. Задачи-оценки. М.: Бюро Квантум, 1995. С.107-

сферное давление P_0 . [5 баллов, 74%]

2. Невесомый стержень длины L соединяет точечные грузы массой m_1 и m_2 , каждый из которых подвешен к общей точке на потолке на нитях длины r . Стержень привели в горизонтальное положение и отпустили. Найдите ускорения грузов в первый момент времени. [7 баллов, 23%]



3. Внутренние металлические пластины заряжены зарядами q и $-q$ соответственно. Внешние исходно незаряженные металлические пластины соединяют через сопротивление. Какой заряд пройдет через сопротивление, и какое количество теплоты выделится в нем? Расстояние между соседними пластинами d , площадь каждой пластины S . Линейный размер пластин много больше расстояния между ними. [9 баллов, 11%]



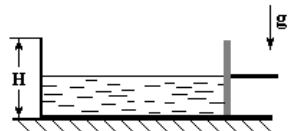
4. Для спасения людей при пожаре используют аварийные брезентовые полотнища, удерживаемые спасателями по периметру. Оцените, с какой высоты может упасть человек, не ударившись при торможении о землю. [5 баллов, 40%]

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

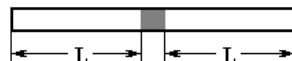
5. К одному концу упругой стальной линейки прикреплен груз, а другой конец жестко зафиксирован так, что линейка вертикальна. Отклоняя груз, вызывают его колебания. Один раз опыт проводят при верхнем положении груза, а другой — при нижнем. Объясните, почему периоды колебаний при примерно одинаковой амплитуде заметно отличаются. [5 баллов, 72%]

Вариант 92р-ФФ

1. Открытый сверху бак, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда высотой H , заполнен водой до половины. Одна из стенок бака является поршнем. Передвигая поршень, поднимают уровень воды до верха бака. Найти величину минимальной работы, которая требуется для этого, если масса воды равна m . Трением между поршнем и дном бака пренебречь. [5 баллов, 65%]

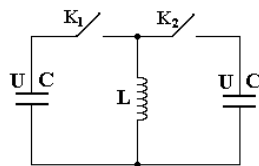


2. В центре трубки с газом, запаянной с обоих концов, находится пробка, разделяющая трубку на две части длиной L каждая.



Трубку медленно нагревают. Когда температура достигает значения T , пробка начинает перемещаться влево. При температуре $2T$ она сдвинется на $L/3$. При какой температуре пробка окажется сдвинутой влево на расстояние $2L/5$? Считать, что сила трения не зависит от температуры. [7 баллов, 46%]

3. Два одинаковых конденсатора емкости C заряжены до напряжения U каждый. Вначале замыкают ключ K_1 . В момент, когда ток через катушку индуктивности L достигает максимума, замыкают ключ K_2 . Найти наибольший ток через катушку. [9 баллов, 40%]



4. Оценить силу торможения, действующую на автомобиль, который въезжает в неглубокую лужу на асфальте. [5 баллов, 27%]

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

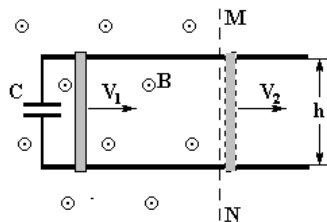
5. К одному концу упругой стальной линейки прикреплен груз, а другой конец жестко зафиксирован так, что линейка вертикальна. Отклоняя груз, вызывают его колебания. Один раз опыт проводят при верхнем положении груза, а другой — при нижнем. Объясните, почему периоды колебаний при примерно одинаковой амплитуде заметно отличаются. [5 баллов, 71%]

Вариант 93-ФФ

1. Ракета стартует под углом α к горизонту. Найти ее ускорение, если реактивная струя образует угол β с направлением ее взлета. Ускорение свободного падения g . [5 баллов, 42%]

2. В вертикально стоящем цилиндре сечением S на поверхности жидкости плотности ρ удерживают поршень массы m с открытой длинной трубкой сечением σ . Поршень отпускают. Какое количество теплоты выделится по окончании движения поршня? Ускорение свободного падения g . [7 баллов, 36%]

3. Перемычка массы m соединяет рельсы, к левым концам которых присоединены выводы незаряженного конденсатора емкости C . Расстояние между рельсами h . Слева от плоскости MN создано однородное магнитное поле с индукцией B . Справа магнитного поля нет. Перемычке внезапно сообщают скорость V_1 . Какой ток будет



течь через перемычку сразу после ее выхода из поля, если ее скорость в этот

момент равна V_2 ? Сопротивление переключки R , сопротивлением рельсов пренебречь. [9 баллов, 26%]

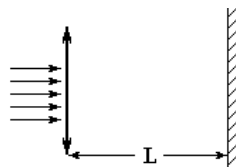
4. Тонну золота взвесили с хорошей точностью сначала зимой на морозе, а позже при июльской жаре. Оцените, насколько разошлись показания весов. Эффект теплового расширения золота мал. Золото примерно в двадцать раз тяжелее воды. [5 баллов, 30%]

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

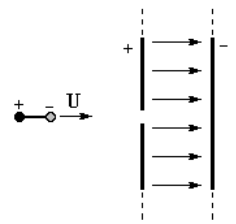
5. В стеклянной трубке, расположенной под углом к горизонту, находится неподвижная цепочка. Если трубку медленно вращать вокруг ее оси, цепочка выскальзывает из трубки через верхний конец. Объясните наблюдаемое явление. [5 баллов, 37%]

Вариант 94-ФФ

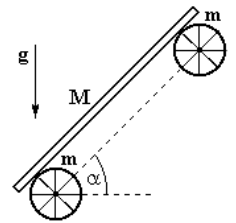
1. Если к выходному отверстию лазера приложить тонкую собирающую линзу, то радиус пятна на экране увеличится в два раза. Найдите фокусное расстояние линзы, если расстояние между лазером и экраном равно L . [5 баллов, 77%]



2. Гантелька представляет собой тонкий массивный непроводящий стержень с закрепленными на его концах одинаковыми по величине и противоположными по знаку зарядами. Вдали от конденсатора она была сориентирована перпендикулярно пластинам и имела скорость U . Когда гантелька влетела в заряженный плоский конденсатор через малое отверстие в центре пластины, ее скорость оказалась равной V . Какую скорость имела бы гантелька в конденсаторе, если бы его полярность была изменена на противоположную? Поле тяжести пренебречь. [7 баллов, 49%]



3. Два одинаковых валика, представляющие собой тонкостенные цилиндры массы m , могут вращаться без трения на закрепленных горизонтально осях, которые расположены в плоскости, наклоненной под углом α к горизонту. На валики осторожно кладут доску массы M , так что расстояния от ее концов до точек касания с валиками одинаковы. Определите коэффициент трения между валиками и доской, при котором доска не будет проскальзывать относительно валиков в первый момент времени. [9 баллов, 31%]



4. Оцените отношение массы кислорода, содержащегося в молекулах воды океанов Земли к массе кислорода в атмосфере Земли. [5 баллов, 58%]

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

5. В стеклянной трубке, расположенной под углом к горизонту, находится неподвижная цепочка. Если трубку медленно вращать вокруг ее оси, цепочка выскальзывает из трубки через верхний конец. Объясните наблюдаемое явление. [5 баллов, 37%]

Ответы, решения, указания

Таблица физических величин для решения задач-оценок

Молярная масса воздуха	$\mu_{\text{возд}} \approx 0,029 \text{ кг/моль}$
Плотность воздуха в атмосфере	$\rho_{\text{возд}} \approx 1 \text{ кг/м}^3$
Молярная масса воды	$\mu_{\text{вод}} = 0,018 \text{ кг/моль}$
Плотность воды	$\rho_{\text{вод}} \approx 10^3 \text{ кг/м}^3$
Атмосферное давление	$P_0 \approx 10^5 \text{ Па}$
Температура кипения воды	$T \approx 373 \text{ К}$
Температура плавления льда	$T \approx 273 \text{ К}$
Длительность одного года	$t_0 \approx 3 \cdot 10^7 \text{ сек}$
Показатель преломления воды	$n_{\text{вод}} \approx 4/3$
Ускорение свободного падения	$g \approx 10 \text{ м/сек}^2$
Универсальная газовая постоянная	$R \approx 8,3 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$
Средняя глубина Мирового океана	$H \approx 4 \text{ км}$

Вариант 91р-ФФ

1. Пусть давление в цилиндре P . Сила трения F направлена против возможного проскальзывания, поэтому при движении поршня вниз $F_1 + P_0 S + mg - F - PS = 0$, при движении вверх $F_2 - P_0 S - mg - F + PS = 0$. Исключая неизвестное F , получим: $P = P_0 + mg + (F_1 - F_2) / 2S$.

2. Грузы движутся по окружности. Поскольку начальная скорость нулевая, начальные ускорения грузов a направлены по касательной к траектории (нет нормального или, другими словами, центростремительного ускорения) и одинаковы по величине. Из 2-го закона Ньютона:

$$m_1 a = m_1 g \sin \alpha - N \cos \alpha, \quad (1)$$

$$m_2 a = -m_2 g \sin \alpha + N \cos \alpha. \quad (2)$$

Здесь $\alpha = \arcsin(L/2r)$, N – сила, действующая на каждый из грузов со стороны стержня. Складывая уравнения движения (1) и (2), получим:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \sin \alpha = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \frac{L}{2r}.$$

3. Пусть искомый заряд q_x . Заряды внешних пластин q_x и $-q_x$. Напряженности электрического поля в зазорах будут равны соответственно $\frac{q_x}{\epsilon_0 S}$, $\frac{(q - q_x)}{\epsilon_0 S}$, $\frac{q_x}{\epsilon_0 S}$, а направление поля во внешних зазорах

противоположно направлению поля во внутреннем зазоре. После установления равновесия напряжение (разность потенциалов) между внешними пластинами должно быть равным нулю:

$\frac{q_x}{\epsilon_0 S} d - \frac{(q - q_x)}{\epsilon_0 S} d + \frac{q_x}{\epsilon_0 S} d = 0$. Отсюда $q_x = q/3$. Систему пластин можно рас-

сматривать как три конденсатора с зарядами $q/3$, $2q/3$, $q/3$ и емкости $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ каждый. Тогда конечная суммарная энергия трех конденсаторов

$W_{\text{конеч}} = \frac{q^2}{3C}$, а начальная энергия (одного конденсатора, образованного

внутренними пластинами) $W_{\text{начал}} = \frac{q^2}{2C}$. Разница энергий и выделится в виде тепла:

$$Q = W_{\text{начал}} - W_{\text{конеч}} = \frac{q^2}{6C} = \frac{q^2 d}{6\epsilon_0 S}, \quad q_x = \frac{q}{3}.$$

4. Высота полотнища над землей h (около метра). На этом расстоянии должна быть «погашена» энергия mgH . Поэтому среднюю тормозящую силу оцениваем, как $F = mgH/h$. Спасатели могут натягивать брезент с силой $f \approx (1 \pm 0,5)mg$. В работу вносит вклад вертикальная составляющая силы, среднее значение которой $F \approx N\hbar/2R$. Здесь R – радиус полотнища, $N = 2\pi R/d$ – максимальное число спасателей, $d \approx 0,5$ м – минимальное рас-

стояние между спасателями. $F = mgH / b \approx Nfb / 2R$. Откуда $H \approx \pi b^2 / d \approx 5 \div 8$ м. (2-й, 3-й этажи). Кстати, по инструкции МВД, полотнища используют только для спасения с высоты до 8 метров.

5. В нижнем положении груза упругая сила и составляющая силы тяжести вдоль его траектории направлены в одну сторону, что увеличивает возвращающую силу. В верхнем положении силы направлены в противоположные стороны, что уменьшает возвращающую силу при тех же отклонениях, а значит, увеличивает период.

Вариант 92р-ФФ

1. Центр масс воды, находящийся вначале на высоте $H/4$, окажется на высоте $H/2$. Работа равна изменению потенциальной энергии:

$A = mg \frac{H}{2} - mg \frac{H}{4} = mg \frac{H}{4}$. Это эквивалентно подъему половины всей воды на $H/2$.

2. Пусть при температуре T давление справа P_1 , слева $P_2 < P_1$. Разность давлений уравновешивается трением:

$$P_1 - P_2 = F / S. \quad (1)$$

Для газа в каждой части трубки выполняется условие $PV = \text{const} \cdot T$. Поэтому давление при температуре $2T$ для правой части равно

$$2P_1 \frac{L}{L + L/3} = \frac{3}{2} P_1, \text{ для левой части } 2P_2 \frac{L}{L - L/3} = 3P_2. \text{ Условие равновесия}$$

(1) в этом случае переходит в

$$\frac{3}{2} P_1 - 3P_2 = F / S. \quad (2)$$

Из (1), (2) получим

$$P_1 = \frac{4}{3} F / S, \quad P_2 = \frac{1}{3} F / S. \quad (3)$$

Пусть искомая температура равна xT . Тогда при температуре xT давление

$$\text{в правой части } xP_1 \frac{L}{L + 2L/5} = \frac{5}{7} xP_1, \text{ а в левой части } xP_2 \frac{L}{L - 2L/5} = \frac{5}{3} xP_2.$$

Условие равновесия для этой температуры есть

$$\frac{5}{7} xP_1 - \frac{5}{3} xP_2 = F / S,$$

или с учетом (3) $x(20/21 - 5/9)F / S = F / S$. Откуда

$$x = 63/25 = 2,52, \quad xT = 2,52T.$$

3. Так как напряжение на катушке удовлетворяет уравнению $U_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$, оно равно нулю в момент времени, когда ток максимален. В этот момент равно нулю также напряжение на первом конденсаторе, а вся энергия конденсатора переходит в энергию катушки: $L \frac{I_1^2}{2} = C \frac{U^2}{2}$. С присоединением второго конденсатора их заряды быстро выравниваются, и напряжение на обоих конденсаторах станет равным $U/2$, причем ток через катушку не изменится. Энергия электрического поля конденсаторов в этот момент равна $2C \frac{(U/2)^2}{2} = C \frac{U^2}{4}$. Затем ток будет расти до достижения максимального значения, причем в соответствии с законом сохранения энергии

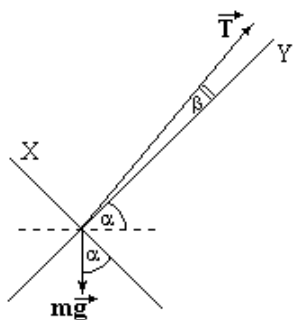
$$L \frac{I_1^2}{2} + C \frac{U^2}{4} = L \frac{I_{MAX}^2}{2}.$$

Откуда $I_{MAX} = U \sqrt{\frac{3C}{2L}}.$

4. По порядку величины скорость жидкости, вовлекаемой в движение, близка к скорости автомобиля. Если b – глубина лужи, R – ширина шины, то $F \approx \rho V^2 2Rb \approx 4 \cdot 10^3 H$ (при $V = 10$ м/с, $b = 10$ см, $R = 20$ см, $\rho = 1000$ кг/м³).

5. Смотрите решение задачи 5 из варианта 91-ФФ.

Вариант 93-ФФ



1. На старте на ракету действует сила тяги T и сила тяжести mg . Спроектируем силы на направление взлета (ось Y):

$$ma = T \cos \beta - mg \sin \alpha, \quad (1)$$

и направление, перпендикулярно направлению взлета (ось X):

$$0 = T \sin \beta - mg \cos \alpha. \quad (2)$$

Выражая величину T из уравнения (2) и подставляя в (1), получим ускорение $a = g \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \beta}.$

2. После отпущания поршня возникнут колебания, которые из-за трения затухнут, а система перейдет в положение равновесия. Пусть h – высота подъема жидкости в трубке относительно нижней кромки поршня, находящегося в конечном состоянии, x – расстояние, на которое опустится поршень. Тогда условие равновесия гласит, что

$$mg = \rho gh(S - \sigma). \quad (1)$$

В трубку войдет масса жидкости $m_{жл\lambda} = \rho b\sigma$. Из закона сохранения массы жидкости

$$b\sigma = xS. \quad (2)$$

В соответствии с законом сохранения энергии, выделенное тепло Q равно разности начальных и конечных потенциальных энергий поршня и жидкости. С учетом (1), (2) имеем

$$Q = mgx - m_{жл\lambda} \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2} \right) = mgh \frac{\sigma}{S} - \frac{\rho gh^2}{2} \left(1 - \frac{\sigma}{S} \right) = \frac{m^2 g \sigma}{2\rho S(S - \sigma)}. \quad (3)$$

Если поршень тяжелый, то он окажется на дне сосуда. Пусть начальная высота жидкости в сосуде равнялась H . Тогда $h\sigma = HS$, а условие падения поршня на дно $mg > \rho gh(S - \sigma) = \rho gHS(S/\sigma - 1)$. В этом случае количество выделенного тепла определяется по формуле

$$Q = mgH - m_{жл\lambda} \left(\frac{h}{2} - \frac{H}{2} \right) = mgH - \frac{\rho gH^2 S}{2\sigma} (S - \sigma). \quad (4)$$

Если $mg = \rho gHS(S/\sigma - 1)$, то решение (4) совпадает с (3).

3. Во время движение перемычки в области, занятой полем, на нее действует сила Ампера. 2-й закон Ньютона для перемычки в произвольный момент времени даст $ma = m \frac{\Delta V}{\Delta t} = IBb$, или

$$m\Delta V = I\Delta t Bb = \Delta q Bb. \quad (1)$$

Просуммируем (1) до момента пересечения перемычкой плоскости MN : $m(V_1 - V_2) = qBb$, где q – заряд на конденсаторе к моменту выхода перемычки из области, занятой магнитным полем. Магнитный поток при выходе не меняется, поэтому э.д.с. индукции равна нулю. По закону Ома в этот момент времени $RI_x = \frac{q}{C}$. Откуда искомый ток равен $I_x = \frac{q}{RC} = \frac{m(V_1 - V_2)}{RCBb}$.

4. Показания весов расходятся из-за различия выталкивающих сил воздуха при разных температурах. Пусть $V = \frac{M_{ж\lambda}}{\rho_{ж\lambda}} \approx \frac{1000}{20000} \approx 0,05 \text{ м}^3$ – объем тонны

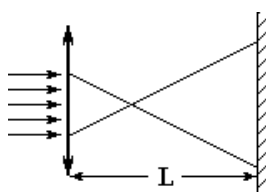
золота, $T_1 \approx 300 \text{ К}$ – июльская температура, $T_2 \approx 240 \text{ К}$ – зимняя температура, $P \approx 10^5 \text{ Па}$ – атмосферное давление, $\mu \approx 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – молекулярная масса воздуха, $R \approx 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная. Уравнение Менделеева–Клапейрона для вытесненного воздуха $PV = \frac{m}{\mu} RT$, откуда $m = \frac{\mu PV}{RT}$. Разница сил Архимеда равна

$$\begin{aligned} F_2 - F_1 &= (m_2 - m_1)g = \frac{\mu PV}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) g \\ &\approx \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{8,3} \cdot \left(\frac{1}{240} - \frac{1}{300} \right) \cdot 10 \\ &\approx 0,15 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Разница показаний весов $0,15 \text{ Н}$, что соответствует по массе 15 г .

5. Вначале на цепочку действует уравновешивающая сила трения покоя, направленная вдоль трубки вниз. При вращении трубки появляется сила трения скольжения, которая направлена не вдоль трубки, а против скорости цепочки относительно трубки. Проекция этой силы на ось трубки становится меньше первоначальной силы трения покоя, и цепочка движется «вверх».

Вариант 94-ФФ



1. Если радиус пучка лазера r , а пятна на экране R , то из подобия треугольников можно составить пропорцию: $\frac{r}{R} = \frac{F}{L - F} = \frac{1}{2}$. Откуда $F = \frac{L}{3}$.

2. Обозначим положительный заряд как q , длину гантельки d , ее массу m , напряженность поля конденсатора E , искомую скорость гантельки за V_x . Запишем закон сохранения энергии для двух случаев:

$$\begin{cases} m \frac{U^2}{2} = m \frac{V^2}{2} + Eqd, \\ m \frac{U^2}{2} = m \frac{V_x^2}{2} - Eqd. \end{cases}$$

Откуда $V_x = \sqrt{2U^2 - V^2}$.

3. Доску положили «симметрично». Так она не вращается, нормальные силы реакции валиков на доску одинаковы. Допустим, что сила трения достигла максимально возможного значения $F = \mu N = \mu Mg \cos \alpha$ (это предположение соответствует условию задачи), и запишем 2-й закон Ньютона для доски:

$$Ma = Mg \sin \alpha - \mu Mg \cos \alpha. \quad (1)$$

Пусть доска сместилась на малое расстояние x , приобретя при этом скорость V . При движении без проскальзывания линейная скорость обода валика также равняется V . Закон сохранения энергии:

$$M \frac{V^2}{2} + 2m \frac{V^2}{2} = Mg x \sin \alpha. \quad (2)$$

При малом смещении ускорение можно считать постоянным и использовать закон для равноускоренного движения:

$$V^2 = 2ax. \quad (3)$$

Подставляя в (3) ускорение a из (1) и смещение x из (2), получим:

$$V^2 = 2(g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha) \frac{\left(M \frac{V^2}{2} + 2m \frac{V^2}{2} \right)}{Mg \sin \alpha},$$

или $\mu = \operatorname{tg} \alpha \frac{2m}{M + 2m}$.

4. Массу кислорода в атмосфере можно оценить, зная атмосферное давление $P_A \approx 10^5$ Па (кислорода по массе в атмосфере 20%): $M_{ATM} \approx 0,2 \cdot S_{ЗЕМ} P_A / g$, а массу кислорода в океане, зная его среднюю глубину $H \approx 4 \cdot 10^3$ м:

$$M_{ОКЕ} \approx \frac{16}{18} S_{ОКЕ} \rho H \text{ (отношение молярных масс кислорода и воды 16/18)}.$$

Отношение площади поверхности океанов к поверхности Земли $S_{ОКЕ} / S_{ЗЕМ} \approx 0,7$.

$$M_{ОКЕ} / M_{ATM} \approx \frac{40}{9} \cdot \frac{S_{ОКЕ}}{S_{ЗЕМ}} \cdot \frac{\rho H g}{P_A} \approx \frac{40}{9} \cdot 0,7 \cdot \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10}{10^5} \approx 1200.$$

5. Смотрите решение задачи 5 из варианта 93-ФФ.