Вступительные экзамены по физике 1998 года

Каждый вариант состоял из пяти задач трех типов.

Первые три из пяти — стандартные задачи различного уровня трудности: от сравнительно простых до очень сложных, требующих глубоких знаний и смекалки.

Четвертая задача — задача-оценка[1]. Для ее решения необходимо построить простую физическую модель физического явления, выбрать разумные числовые значения физических величин и получить численный результат, более или менее соответствующий реальности. В тексте задачи подчеркивалось, что абитуриент может сам выбрать необходимые для решения задачи величины и их числовые значения.

Пятая задача — задача-демонстрация. Здесь необходимо объяснить физическое явление, демонстрируемое в аудитории, понять его сущность и среди различных факторов выделить главный.

Продолжительность экзамена — пять астрономических часов.

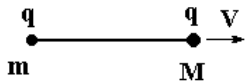
Абитуриентам, поступающим на физический факультет, в марте 1998 года предлагались варианты задач по физике 81р, 82р, в июле — варианты 83, 84.

Задачи

Вариант 81р

1. В сосуде в объеме V_1 между поршнем и поверхностью воды суммарное давление воздуха и насыщенного пара равно P_1. Когда, сдвигая поршень, этот объем уменьшили до V_2, то в сосуде установилось давление P_2. Чему равно давление насыщенного пара? Температура в процессе не изменялась.

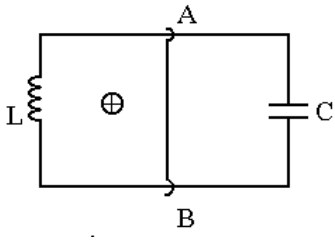
2. Связанные нитью шарики массы m и M, которые имеют одинаковые заряды q, летят по направлению



[1] О задачах-оценках смотрите: Меледин Г.В. Экзаменацион
2-е изд. М.: Наука, 1989; Меледин Г.В. Задачи-оценки. М.: Б
115.

нити с равными скоростями V. Нить пережигают. Какова была длина нити, если после разлета шарик массы m остановился?

3. К двум параллельным проводам с одной стороны подсоединена катушка индуктивности L, а с другой — незаряженный конденсатор емкости C. Силовые линии однородного магнитного поля перпендикулярны плоскости рисунка. Проводящую перемычку AB, которая замыкает провода, начинают двигать с постоянным ускорением. Через какое время после начала движения перемычки энергии в индуктивности и в емкости станут одинаковыми?



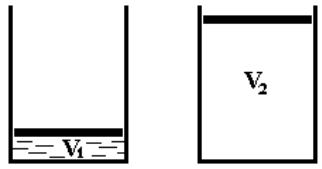
4. В велосипедный насос набирают воду, а затем выдавливают ее с помощью поршня. Оцените максимальную скорость струи.

(Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат).

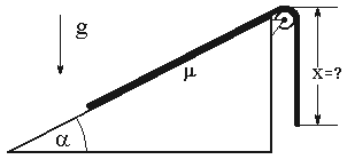
5. Пластинку из сырого картофеля толщиной примерно 10 мм протыкают стеклянной трубкой. Затем пробку, образовавшуюся в трубке, заталкивают на 10-15 мм внутрь. Вторую пробку формируют, протыкая картофельную пластинку другим концом трубки. Затем эту пробку начинают медленно толкать внутрь трубки. Первая пробка вначале движется медленно, а у конца трубки характер ее движения резко меняется. Объяснить наблюдаемое явление.

Вариант 82р

1. В сосуде под массивным подвижным поршнем находится жидкость, которая занимает объем V_1. Когда жидкость полностью испарилась, объем пара под поршнем достиг значения V_2. Какая доля вещества (по массе) находилась в сосуде в виде жидкости, когда объем под поршнем равнялся V? Температура в процессе не изменялась.

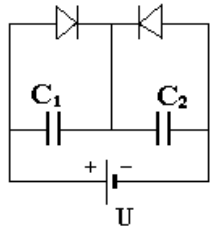


2. Часть однородного каната лежит на клине, образующим с горизонталью угол α, а другая, перекинутая через блок, свисает вертикально. Коэффициент трения каната о плоскость равен μ ($\mu < \mathrm{tg}\alpha$). При какой длине x сви-



сающей части канат будет находиться в покое? Длина всего каната равна L. Размером блока пренебречь.

3. На вход электрической цепи с первоначально незаряженными конденсаторами C_1 и C_2 подано с источника постоянное напряжение U, полярность которого показана на рисунке. Какие заряды окажутся на конденсаторах? Какие заряды окажутся на конденсаторах после изменения полярности напряжения? Диоды идеальные. Стрелка в изображении диода показывает направление, в котором он пропускает ток.



4. На какую глубину в водоеме надо погрузить детский резиновый мячик, чтобы он начал тонуть?

(Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат).

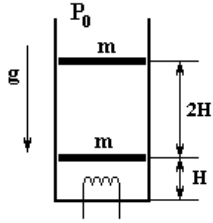
5. Пластинку из сырого картофеля толщиной примерно 10 мм протыкают стеклянной трубкой. Затем пробку, образовавшуюся в трубке, заталкивают на 10-15 мм внутрь. Вторую пробку формируют, протыкая картофельную пластинку другим концом трубки. Затем эту пробку начинают медленно толкать внутрь трубки. Первая пробка вначале движется медленно, а у конца трубки характер ее движения резко меняется. Объяснить наблюдаемое явление.

Вариант 83

1.Тело на пружине, второй конец которой прикреплен к оси, движется по окружности. При скорости тела V_1 длина пружины l_1, а при скорости V_2 длина пружины l_2. Чему равна длина ненапряженной пружины l? Влиянием силы тяжести пренебречь.

2. На горизонтальную пластинку площади S с отрицательным зарядом $-Q$ оседают из воздуха пылинки, масса каждой из которых m, а заряд $+q$. Какова наибольшая масса слоя пыли, осевшей на пластину? Ускорение свободного падения g.

3. В вертикально стоящем цилиндре сечения S находится одноатомный газ. Расстояние между дном и нижним поршнем равно H, а между нижним и верхним поршнями $2H$. Стенки цилиндра и верхний поршень не проводят тепло. Нижний поршень, теплоемкостью которого можно пренебречь, является теплопроводящим.



На какое расстояние сместится каждый из поршней, после того как к газу подвели тепло Q? Внешнее давление постоянно и равно P_0, ускорение свободного падения g.

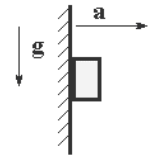
4. Оцените, сколько воды должно испариться при кипении, чтобы заполненный образовавшимся при этом паром воздушный детский шарик начал подниматься в воздухе. Считать, что пар не успевает остыть.

(Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат).

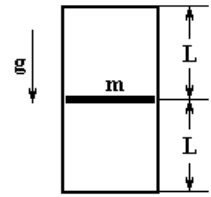
5. В цилиндрический стакан с водой вставляют непроницаемую для воды прозрачную воронку. При этом свет от лампы, находящейся под дном стакана, почти не попадает на экран, расположенный над стаканом. Когда воронку заполняют водой, свет начинает проходить через систему. Объясните явление.

Вариант 84

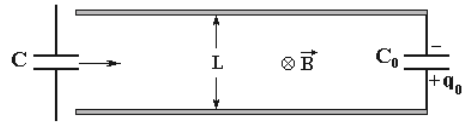
1. Вертикальная стенка движется горизонтально с ускорением a, толкая перед собой брусок. Определите величину минимально возможного коэффициента трения между бруском и стенкой, при котором брусок не падает. Ускорение свободного падения g.



2. Вертикально стоящий сосуд с газом разделен тонким подвижным поршнем массы m и сечения S на две части, высоты L каждая. Вначале температура в них была одинакова. После того как температуру в обеих частях увеличили вдвое, поршень поднялся на высоту h. Определить начальное значение давления в верхней части сосуда. Ускорение свободного падения g.



3. Два длинных рельса, имеющих конечные сопротивления, расположены на расстоянии L друг от друга и соединены конденсатором емкости C_0 с зарядом q_0. Перпендикулярно плоскости рельсов создано однородное магнитное поле с индукцией B. К рельсам подлетает незаряженный конденсатор емкости C и массы m, выводы которого



начинают без трения скользить по рельсам. Найти начальную скорость перемычки, если она в процессе движения приходит в состояние покоя.

4. Оцените разницу показаний пружинных весов при взвешивании килограммовой гири в самолете, летящем вначале по маршруту Москва–Новосибирск, а потом Новосибирск–Москва.

(Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат).

5. В цилиндрический стакан с водой вставляют непроницаемую для воды прозрачную воронку. При этом свет от лампы, находящейся под дном стакана, почти не попадает на экран, расположенный над стаканом. Когда воронку заполняют водой, свет начинает проходить через систему. Объясните явление.

Ответы, решения, указания

Физические величины для решения задач-оценок

Молярная масса воздуха $\mu_{возд} \approx 0{,}029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Плотность воздуха в атмосфере $\rho_{возд} \approx 1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Молярная масса воды $\mu_{вод} = 0{,}018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Плотность воды $\rho_{вод} \approx 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Атмосферное давление $P_0 \approx 10^5\,\text{Па}$

Температура кипения воды $T \approx 373\text{К}$

Длительность одного года $t_0 \approx 3 \cdot 10^7\,\text{сек}$

Показатель преломления воды $n_{вод} \approx \frac{4}{3}$

Ускорение свободного падения $g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$

Универсальная газовая постоянная $R \approx 8{,}3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

Вариант 81р

1. Давление насыщенного пара при неизменной температуре не меняется. Из уравнения состояния для «неконденсируемого» воздуха в этом случае $(P_1 - P) \cdot V_1 = (P_2 - P) \cdot V_2$. Откуда $P = \frac{(P_1 V_1 - P_2 V_2)}{(V_1 - V_2)}$.

2. Пусть конечная скорость заряда массы M равна U. Тогда из закона сохранения горизонтальной компоненты импульса следует, что $V(M+m) = MU$, так как шарики взаимодействуют только между собой. Вначале потенциальная энергия взаимодействия шариков равнялась $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}$, а после разлета равна нулю. Из закона сохранения энергии имеем $\frac{MU^2}{2} = (M+m)\frac{V^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}$.

Отсюда находим длину нити: $L = \frac{q^2 M}{4\pi\varepsilon_0 m(m+M)V^2}$.

3. Напряжение на конденсаторе равно $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = lBat = U_C$.

Энергия конденсатора равна $W_C = \frac{C\varepsilon^2}{2} = \frac{C}{2} l^2 B^2 a^2 t^2$.

Напряжение на индуктивности $U_L = \varepsilon = L\frac{dI}{dt} = lBat$.

Отсюда получаем: $LI = lBa \cdot \frac{t^2}{2}$, $I = \frac{lBa}{L}\frac{t^2}{2}$.

Поэтому $W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{l^2 B^2 a^2}{2L}\frac{t^4}{4}$. Следовательно, $t = 2\sqrt{LC}$.

4. Пусть сечение поршня насоса S, а его отверстия σ. За время Δt поршень насоса сместился на Δx. Из закона сохранения массы имеем

$\Delta m = \Delta x S \rho = U\sigma \cdot \rho \Delta t$, из закона сохранения энергии следует $F\Delta x = \Delta m \frac{U^2}{2}$,

$U = \sqrt{\frac{2F}{S\rho}}$. При $F \approx 100$ н, $S \approx 4 \cdot 10^{-4}$ м^2, $\rho \approx 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ получаем $U \approx 22 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5. Вначале сила трения пробки о стенки трубки почти полностью компенсируется избыточным давлением между пробками. При выходе сила трения убывает практически по линейному закону, поэтому $\frac{mu^2}{2} \approx \frac{\Delta PSL}{2}$, где L – длина пробки. Оценка показывает, что скорость вылета порядка нескольких метров в секунду.

Вариант 82р

1. Плотность насыщенного пара ρ_n не изменилась. Пусть искомая массовая доля равна X. Из закона сохранения массы $m = \rho_{ж} V_1 = \rho_n V_2$.
$V = V_n + V_{ж} = (1-X)\frac{m}{\rho_n} + X\frac{m}{\rho_{ж}} = (1-X)V_2 + XV_1$. Поэтому $X = \frac{V_2 - V}{V_2 - V_1}$.

2. При малых значениях коэффициента трения ($\mu < \operatorname{tg}\alpha$) возможно соскальзывание каната как влево, так и вправо. Поэтому область значений x ограничена с двух сторон. Границы этой области определяются из условия равновесия каната и из выражения для предельной силы трения покоя $F = \mu \cdot N$. Пусть масса каната m. Выражение для максимальной длины каната $x\frac{m}{L}g = (L-x)\frac{m}{L}g \cdot (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$,

для минимальной $x\frac{m}{L}g = (L-x)\frac{m}{L}g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

Ответ: $\frac{L(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha} > x > \frac{L(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{1+\sin\alpha-\mu\cos\alpha}$.

3. Удобнее нарисовать эквивалентные цепочки, когда один диод соответствует разрыву в цепи, а другой закорочен. До смены полярности конденсатор C_1 не будет заряжен, а на конденсаторе C_2 установится заряд $q_2 = UC_2$. После смены полярности возможны два случая:

а) $C_1 > C_2$. C_2 разряжается полностью, т.е. $q_2' = 0$, $q_1' = UC_1$.

б) $C_1 < C_2$. Подтока заряда через перемычку, соединяющую диоды не будет. Имеем два последовательных конденсатора с суммарным положительным зарядом на соединенных обкладках $q_1'' + q_2'' = UC_2$ $U = \frac{q_1''}{C_1} - \frac{q_2''}{C_2}$. Ответ: $q_1'' = \frac{2UC_1C_2}{C_1 + C_2}$, $q_2'' = \frac{UC_2 \cdot (C_2 - C_1)}{C_1 + C_2}$.

4. $PV = P_0V_0$, $V_0 \approx \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$, $P \approx \rho gh + 10^5$ Па, $m \approx \rho_{\text{рез}} V_{\text{рез}}$,

$mg \approx \rho g \cdot (V_{\text{рез}} + V)$, $h \approx \frac{P_0V_0\rho_{\text{рез}}}{g(\rho_{\text{рез}} - \rho)m_{\text{рез}}} - \frac{10^5\,Па}{\rho g}$. Пусть $P_0 \approx 1{,}5 \cdot 10^5$ Па,

$g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $\rho \approx 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_{\text{рез}} \approx 2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $m \approx 0{,}5$ кг, $R \approx 0{,}1$ м. Тогда $h \approx 240$ м .

(На самом деле, плотность резины близка к плотности воды. На такой глубине она несколько увеличится, так как ее модуль Юнга мал).

5. См. решение выше в варианте 81р.

Вариант 83

1. Из 2-го закона Ньютона и закона Гука для пружины с коэффициентом жесткости k имеем:

(1) $\frac{mV_1^2}{l_1} = k(l_1 - l)$; (2) $\frac{mV_2^2}{l_2} = k(l_2 - l)$. Поделив уравнение (1) на (2), получим $l = \frac{l_1^2V_2^2 - l_2^2V_1^2}{l_1V_2^2 - l_2V_1^2}$.

2. Пусть M — искомая масса. После того, как вся пыль осядет, суммарный заряд на пластинке $q\frac{M}{m} - Q$ создаст электрическое поле напряженности $E = \frac{q\frac{M}{m} - Q}{2\varepsilon_0 S}$. Сила, действующая на каждую пылинку со стороны электри-

ческого поля qE, будет уравновешена силой тяжести mg: $\dfrac{q\left(q\dfrac{M}{m}-Q\right)}{2\varepsilon_0 S}=mg$.

Ответ: $M=\dfrac{mQ}{q}+\dfrac{2\varepsilon_0 S m^2 g}{q^2}$.

3. Давления в обеих частях цилиндра постоянны: $P_1=P_0+\dfrac{mg}{S}$, $P_2=P_1+\dfrac{mg}{S}=P_0+\dfrac{2mg}{S}$. Из уравнений Клапейрона-Менделеева можно получить связь между приращениями объема частей цилиндра и приращением температуры $P_1\Delta V_1=\nu_1 R\Delta T$, $P_2\Delta V_2=\nu_2 R\Delta T$. Число молей определяется из начального условия: $\nu_1=\dfrac{P_1 2HS}{RT_0}$, $\nu_2=\dfrac{P_2 HS}{RT_0}$. Отсюда имеем: $\Delta V_1=\dfrac{2HS}{T_0}\Delta T=2\Delta V_2$. Смещение нижнего поршня $x_2=\dfrac{\Delta V_2}{S}$, а верхнего $x_1=\dfrac{\Delta V_2+\Delta V_1}{S}=3x_2$. Тепло идет на повышение внутренней энергии и совершение работы:

$$Q=\Delta U+\Delta A,$$

$$\Delta U=\frac{3}{2}(\nu_1+\nu_2)R\Delta T=\frac{3}{2}\left(P_1\Delta V_1+P_2\Delta V_2\right)=\frac{3}{2}\left(3P_0Sx_2+4mgx_2\right).$$

Величина ΔA состоит из работы против внешнего давления и работы против сил тяжести поршней:

$$\Delta A=P_0\left(\Delta V_1+\Delta V_2\right)+mgx_1+mgx_2=3P_0Sx_2+4mgx_2,$$

$$Q=\frac{5}{2}\left(3P_0Sx_2+4mgx_2\right).$$

Следовательно: $x_2=\dfrac{2Q}{5\left(3P_0S+4mgx\right)}$, $x_1=\dfrac{6Q}{5\left(3P_0S+4mg\right)}$.

4. Условие начала подъема — равенство силы Архимеда со стороны вытесненного воздуха и суммы веса оболочки шарика и веса пара: $\rho_в Vg=m_в g=m_ш g+m_п g$, где V — объем надутого шарика. Масса воздуха и пара определяется из уравнения состояния Клапейрона-Менделеева: $m_в=\dfrac{\mu_в PV}{RT_в}$, $m_п=\dfrac{\mu_п PV}{RT_п}$. Ответ: $m_в=m_п\dfrac{\mu_в T_п}{\mu_п T_в}$,

$m_ш = m_в - m_п = m_п\left(\frac{\mu_в T_п}{\mu_п T_в} - 1\right)$. Для оценки положим $\mu_в \approx 0{,}029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $\mu_п = 0{,}018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $T_п = 373\,\text{K}$, $T_в \approx 300\,\text{K}$, $P \approx 10^5\,\text{Па}$, $R \approx 8{,}3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{K}}$, $V \approx 10^{-2}\,\text{м}^3$. Ответ: $m_п = \frac{\mu_п PV}{RT_п} \approx m_ш \approx 0{,}005\,\text{кг}$.

5. Показатель преломления воды $n \approx 1{,}33$. Когда вода в коническую воронку не налита, воронка разделяет воздух и воду. Свет, проходя воронку, отклоняется, что может привести к практически полному отсутствию света на экране. Далее, если угол раствора конуса обозначить как 2β, то при выполнении условия $\sin(90^\circ - \beta) = \cos\beta \geq \frac{1}{n} \approx \frac{3}{4}$ из-за эффекта полного внутреннего отражения свет не проходит вообще. Если налить воду то свет проходит, так как плоскопараллельная стенка воронки не изменяет направление света.

Вариант 84

1. Брусок ускоряется горизонтально силой нормального давления $N = ma$. По вертикали сила тяжести компенсирует силу трения $mg = F$, которая меньше или равна μN. Ответ: $\mu_{\min} = \frac{g}{a}$.

2. Разница давлений в верхней и нижней частях сосуда во всех случаях равна $\frac{mg}{S}$. Из объединенного газового закона $\frac{PV}{T} = \text{const}$ получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$2P_1 L = P_2(L - h),$$

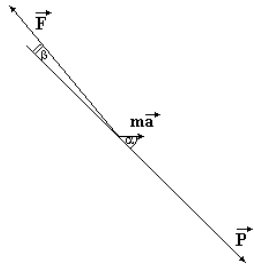
$$2\left(P_1 + \frac{mg}{S}\right)L = \left(P_2 + \frac{mg}{S}\right)(L + h).$$

Ответ: $P_1 = \frac{mg}{4S}\frac{L}{h}\left(1 - \frac{h}{L}\right)^2$.

3. На конденсатор действует сила Ампера $ma = IBL$. Умножив выражение для силы на небольшой интервал времени Δt, получим $ma\Delta t = m\Delta V = I\Delta tBL = \Delta qBL$, причем $I\Delta t = \Delta q$ — приращение заряда на конденсаторе C. Применим выражение для конечных приращений

$m\Delta V = \Delta qBL$ и получим $m\left(V_{\text{нач}} - V_{\text{конеч}}\right) = \left(q_{\text{нач}} - q_{\text{конеч}}\right)BL$ или $mV_0 = qBL$ (с учетом того, что начальные значения скорости конденсатора и заряда равны нулю, а конечные значения V_0 и q соответственно). Суммарный заряд на обкладках конденсаторов сохраняется, и к моменту остановки напряжение на них будет одинаково (ЭДС индукции Фарадея равна нулю): $\frac{q}{C} = \frac{q_0 - q}{C_0}$. Ответ: $V_0 = \frac{BL}{m}\frac{q_0}{C_0}\frac{CC_0}{C + C_0}$.

4. Москва и Новосибирск находятся примерно на одной широте $\alpha \approx 55^\circ$. Центростремительные ускорения a_1, a_2 при полете из Москвы в Новосибирск и обратно различны из-за суточного вращения Земли. При радиусе параллели R и угловой частоте суточного вращения ω имеем: $a_1 = \frac{\left(V - \omega R\right)^2}{R}$, $a_2 = \frac{\left(V + \omega R\right)^2}{R}$. Пусть $\vec{P}$, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ — сила тяжести и упругие силы, развиваемые пружиной для обоих случаев. Тогда $m\vec{a}_1 = \vec{P} + \vec{F}_1$, $m\vec{a}_2 = \vec{P} + \vec{F}_2$. Вследствие малости центростремительной силы по сравнению с силой тяжести углы β между $\vec{P}$ и $\vec{F}_1$, $\vec{P}$ и $\vec{F}_2$ малы. Поэтому проецируем силы на направление вектора силы тяжести:



$$F_1 = -P - ma_1\cos\alpha,$$

$$F_2 = -P - ma_2\cos\alpha.$$

Далее имеем:

$$F_1 - F_2 = m\left(a_2 - a_1\right)\cos\alpha = 4m\omega V\cos\alpha = 8\pi mV\cos\alpha/T \approx 0{,}06\,\text{Н}.$$

5. См. решение выше в варианте 83.